

ЗАДАЧА №3

Определить реакции опор заданной конструкции, на которую действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q , пара сил моментом M и сосредоточенная сила F_1 . К конструкции прикреплена нить, перекинута через блок, к свободному концу которой приложена сила F_2 .

Изобразить план сил.

Заданная схема

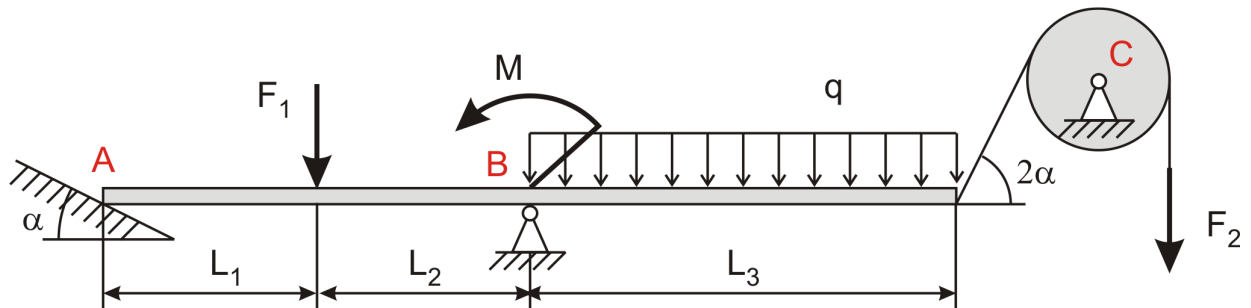
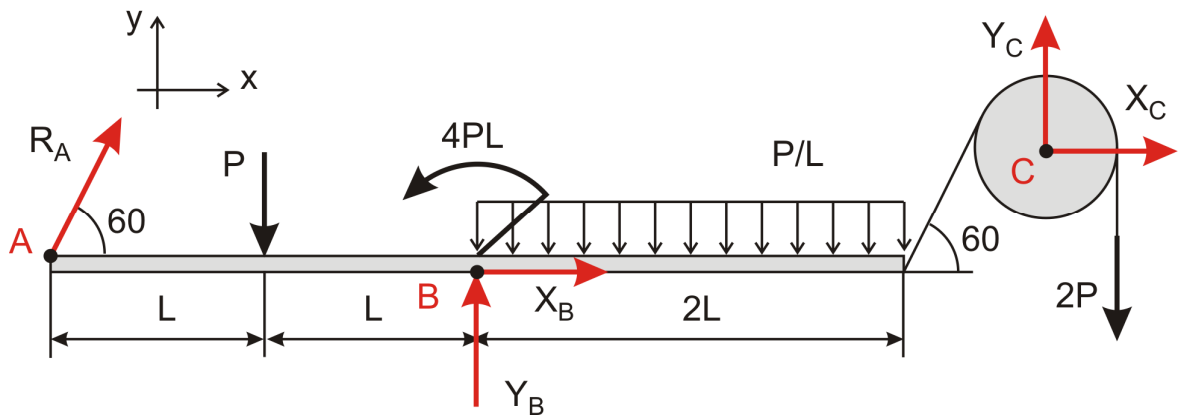


Таблица исходных данных

вариант	L_1/L	L_2/L	L_3/L	F_1	F_2	M	q	α	№ схемы
№9	1	1	2	P	$2P$	$4PL$	P/L	30	IX

Решение.

1. Рассмотрим равновесие конструкции в целом.

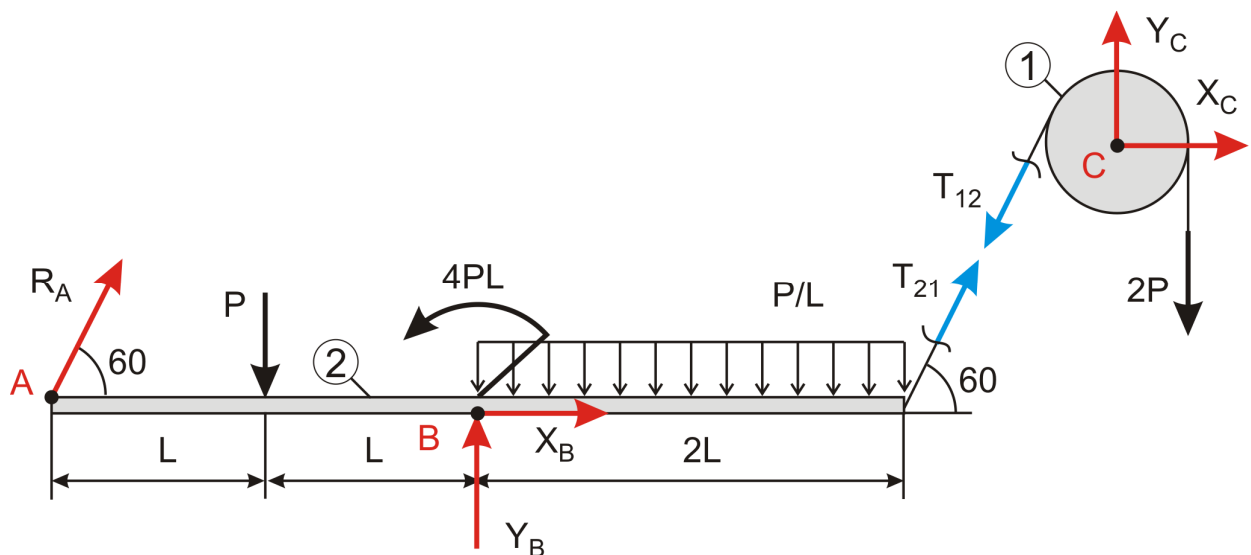


Активные силы: P , $4PL$, P/L , $2P$

Реакции опор: R_A , X_B , Y_B , X_C , Y_C (5 неизвестных реакций)

Система сил является плоской, следовательно, для этой системы можно записать не более трех независимых уравнений равновесия. Из трех уравнений равновесия невозможно определить 5 неизвестных, поэтому воспользуемся методом РОЗУ.

2. Разделим конструкцию на части и заменим действие этих частей друг на друга силами T_{12} и T_{21} (для всей конструкции в целом эти силы являются внутренними).



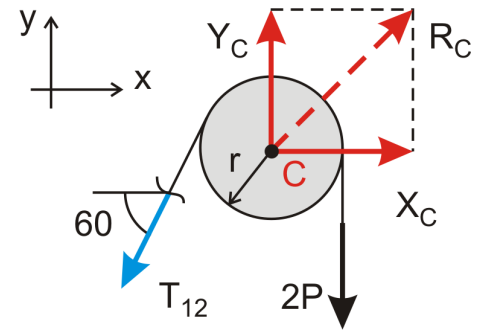
По аксиоме статики о действии и противодействии (третий закон Ньютона) эти силы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$T_{12} = T_{21}.$$

3. Рассмотрим равновесие блока.

Активная сила: $2P$

Реакции опор: T_{12}, X_C, Y_C



Система уравнений равновесия для общего случая плоской системы сил:

$$\begin{cases} \sum M_C(F_i) = 0 \\ \sum (F_i)_x = 0 \\ \sum (F_i)_y = 0 \end{cases}$$

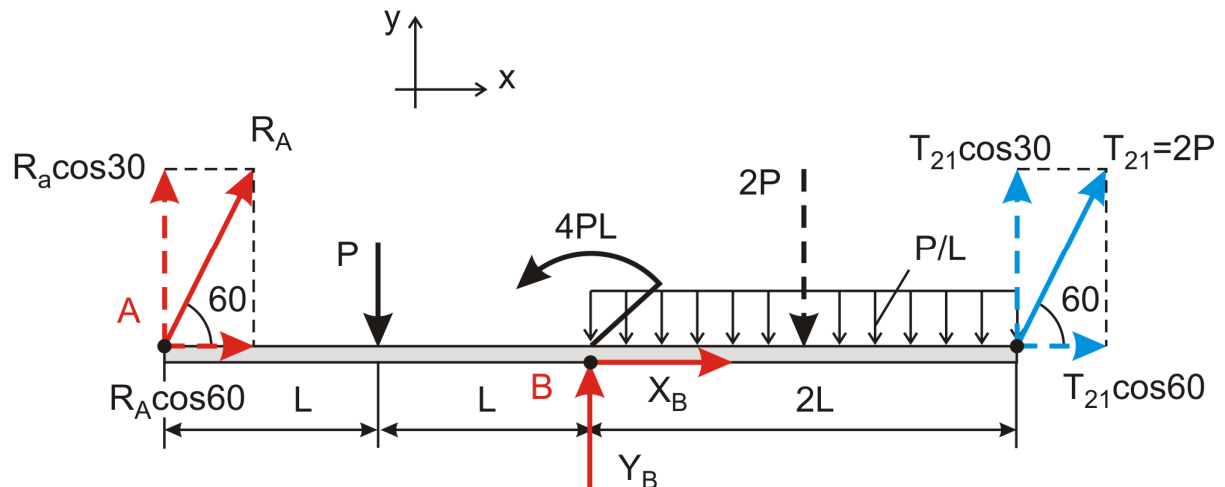
Решая эту систему, найдем реакции опор:

$$\begin{cases} -2Pr + T_{12}r = 0 \\ -T_{12} \cos 60 + X_C = 0 \\ -T_{12} \cos 30 - 2P + Y_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{12} = 2P \\ X_C = T_{12} \cos 60 = 2P \cdot 0,5 = P \\ Y_C = T_{12} \cos 30 + 2P = 2P \cdot \sqrt{3}/2 + 2P = 3,73P \end{cases}$$

Равнодействующая реакция шарнирно-неподвижной опоры в точке C:

$$R_C = \sqrt{(X_C)^2 + (Y_C)^2} = \sqrt{(P)^2 + (3,73P)^2} = 3,86P$$

4. Рассмотрим равновесие балки



Активные силы: $P, 4PL, P/L, T_{21}$

Реакции опор: R_A, X_B, Y_B

Система уравнений равновесия для общего случая плоской системы сил:

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \\ \sum (F_i)_x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -PL + 4PL + 2Y_B L - 2P \cdot 3L + T_{21} \cos 30 \cdot 4L = 0 \\ -R_A \cos 30 \cdot 2L + PL + 4PL - 2PL + T_{21} \cos 30 \cdot 2L = 0 \\ R_A \cos 60 + X_B + T_{21} \cos 60 = 0 \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, найдем реакций опор:

$$\begin{cases} Y_B = -1,96P \\ R_A = 3,73P \\ X_B = -2,87P \end{cases}$$

Здесь знаки «-» означают, что на самом деле соответствующие силы направлены в противоположную сторону.

Величина реакции шарнирно-неподвижной опоры:

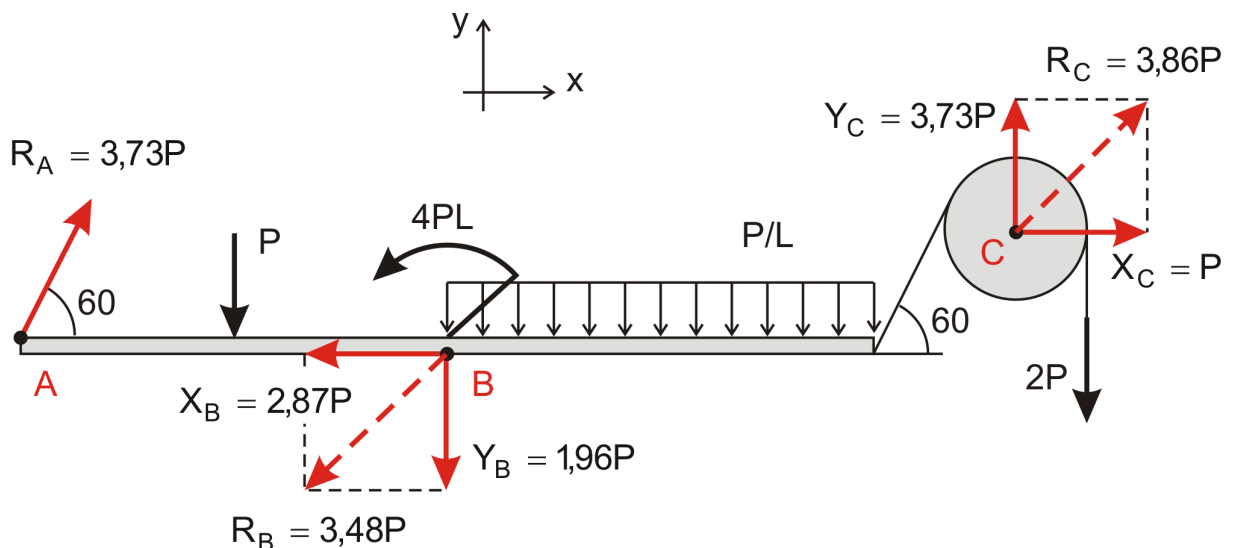
$$R_B = \sqrt{(X_B)^2 + (Y_B)^2} = \sqrt{(-2,87P)^2 + (-1,96P)^2} = 3,48P$$

Для проверки правильности расчетов можно использовать следующее уравнение равновесия:

$$\sum (F_i)_y = 0$$

$$R_A \cos 30 - P + Y_B - 2P + T_{21} \cos 30 = 3,73P \frac{\sqrt{3}}{2} - P - 1,96P - 2P + 2P \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0$$

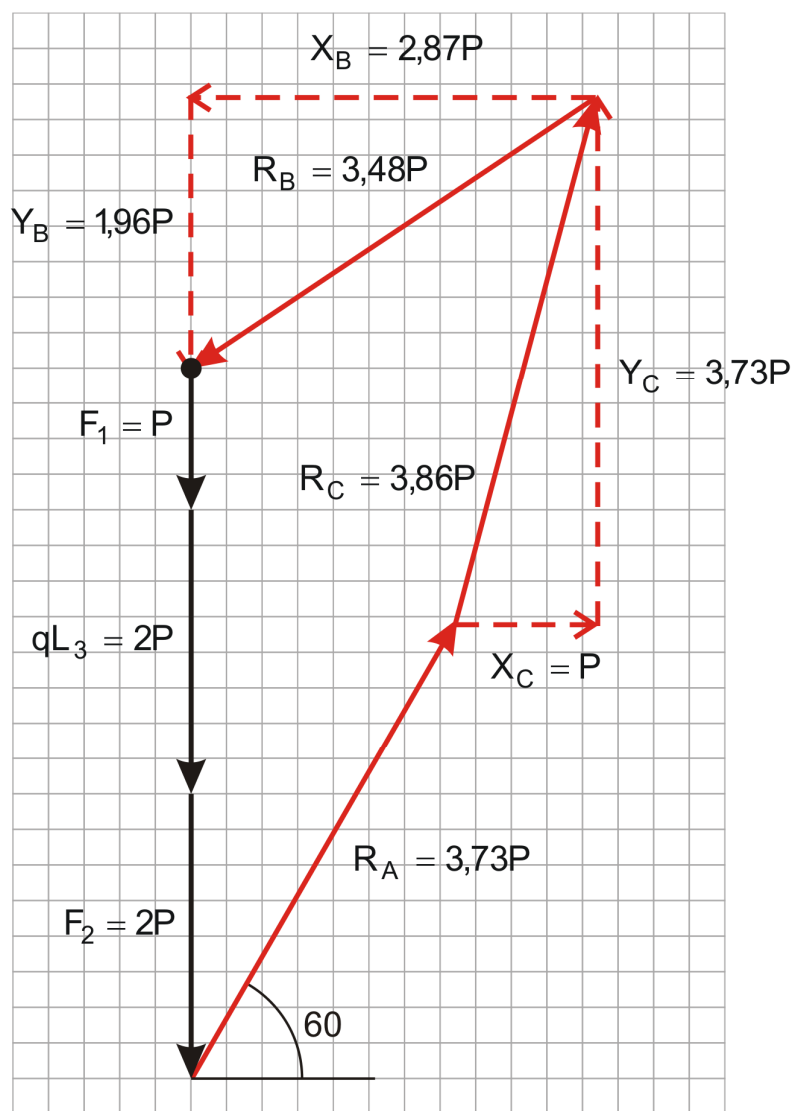
Ответ:



5. План сил

Изобразим в одном масштабе векторную сумму всех внешних сил (активных и реакций опор), приложенных к заданной конструкции в целом. Согласно теореме равновесия эта сумма, представляющая собой главный вектор всех приложенных к телу внешних сил, должна быть равна нулю для любой системы сил:

$$\bar{R} = \bar{0} \Leftrightarrow \bar{F}_1 + \bar{q}L_3 + \bar{F}_2 + \bar{R}_A + \underbrace{(\bar{X}_C + \bar{Y}_C)}_{\bar{R}_C} + \underbrace{(\bar{X}_B + \bar{Y}_B)}_{\bar{R}_B} = \bar{0}$$



ЗАДАЧА №4

Определить реакции опор заданной конструкции, состоящей из рамы и трех стержней. На конструкцию действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q , пара сил моментом M и две сосредоточенные силы: F_1 и F_2 .

Изобразить план сил.

Заданная схема

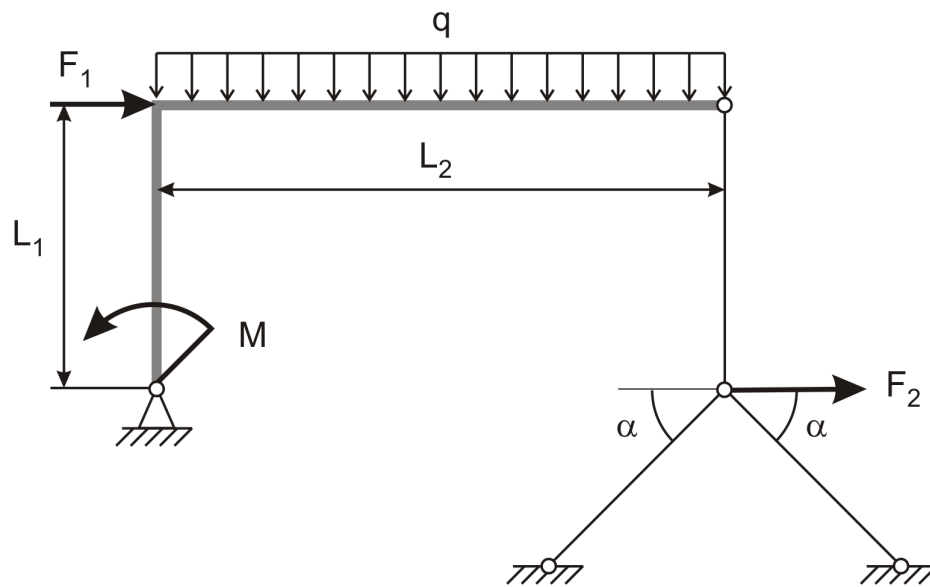
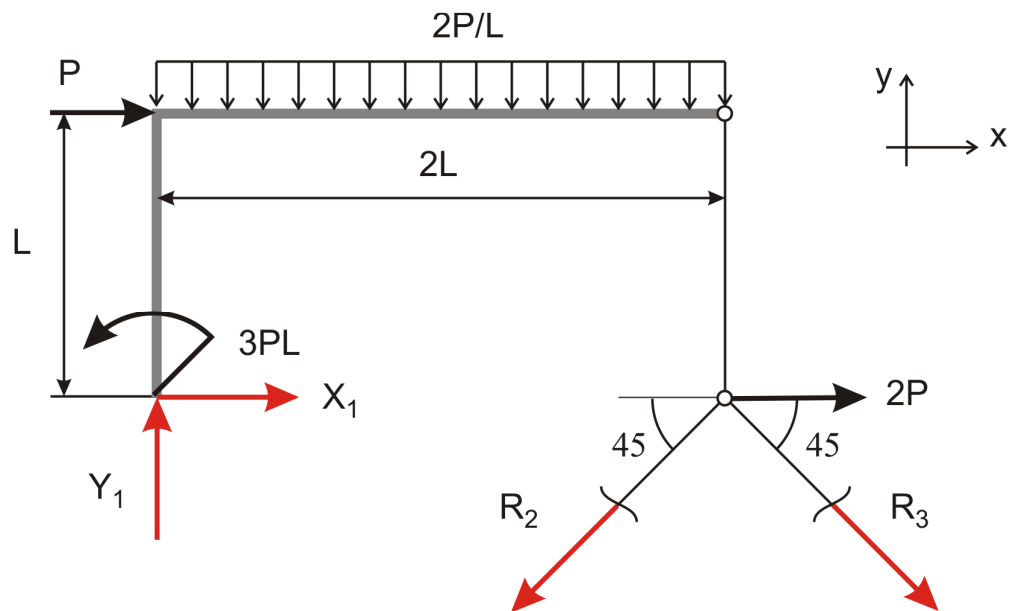


Таблица исходных данных

ВАРИАНТ	L_1/L	L_2/L	L_3/L	M	q	α	№ схемы
№9	1	1	2	$4PL$	P/L	30	IX

Решение.

1. Рассмотрим равновесие конструкции в целом.



Активные силы: $3PL$, P , $2P/L$, $2P$

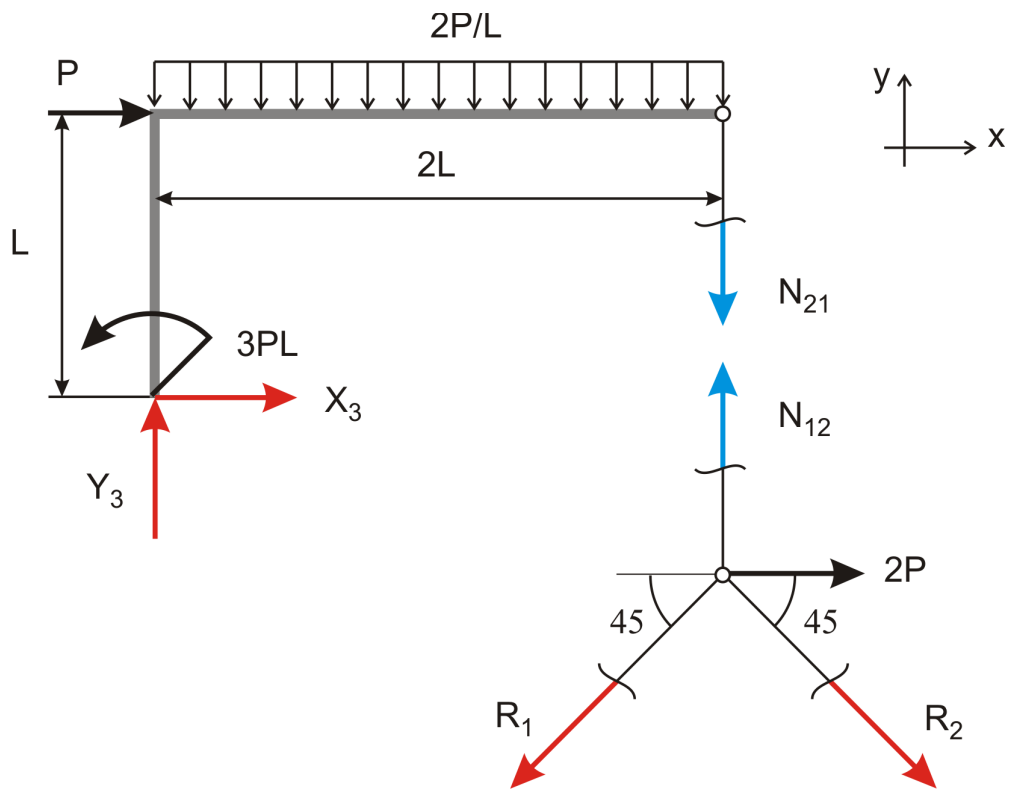
Реакции опор: X_1 , Y_2 , N_1 , N_2 , (4 неизвестных реакций)

Система сил является плоской, следовательно, для этой системы можно записать не более трех независимых уравнений равновесия. Из трех уравнений равновесия невозможно определить 4 неизвестных, поэтому воспользуемся методом РОЗУ.

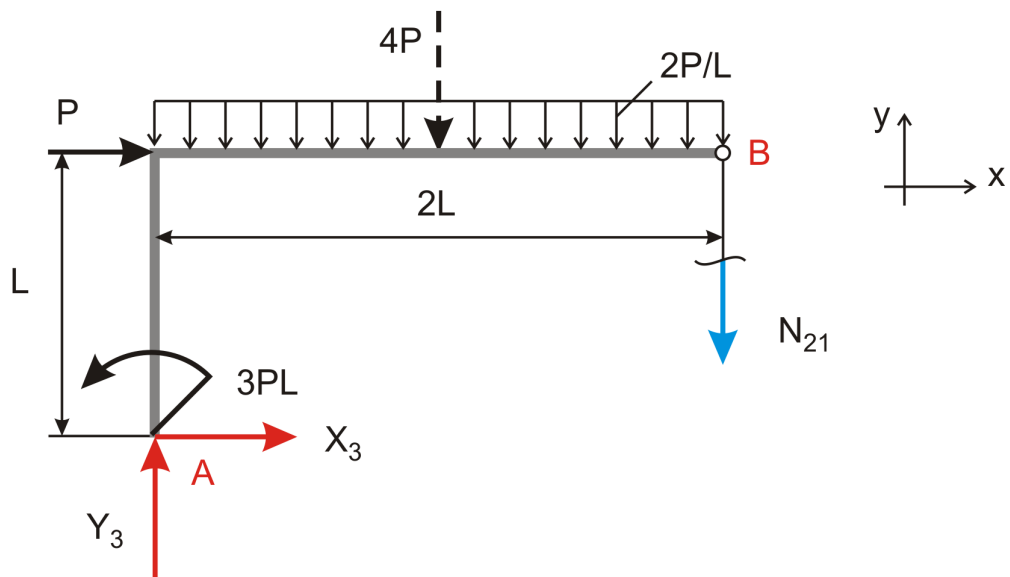
2. Разделим конструкцию на две части и заменим действие этих частей друг на друга силами N_{12} и N_{21} (для всей конструкции в целом эти силы являются внутренними).

По аксиоме статики о действии и противодействии (третий закон Ньютона) эти силы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$N_{12} = N_{21}.$$



3. Рассмотрим отдельно равновесие рамы.



Активные силы: $3PL$, P , $4P$

Реакции опор: X_3 , Y_3 , N_{12} ,

Система уравнений равновесия для общего случая плоской системы сил:

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \\ \sum (F_i)_x = 0 \end{cases}$$

Решая эту систему, найдем реакции опор:

$$\begin{cases} 3PL - PL - 4PL - 2N_{21}L = 0 \\ 4PL + 3PL - 2Y_3L + X_3L = 0 \\ X_3 + P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{21} = -P \\ Y_3 = 3P \\ X_3 = -P \end{cases}$$

Здесь знаки «-» означают, что на самом деле соответствующие силы направлены в противоположную сторону.

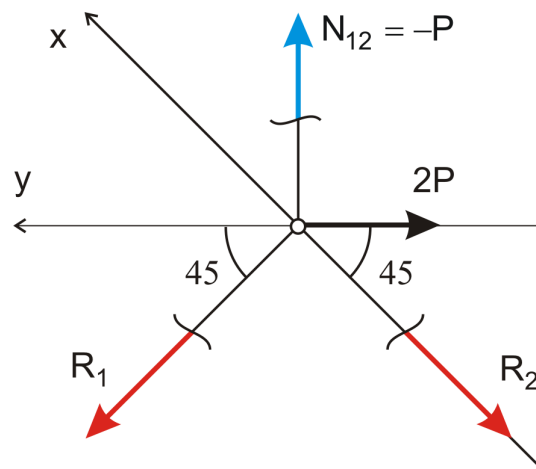
Величина реакции шарнирно-неподвижной опоры:

$$R_3 = \sqrt{(X_3)^2 + (Y_3)^2} = \sqrt{(-P)^2 + (3P)^2} = 3,16P$$

Для проверки правильности расчетов можно использовать следующее уравнение равновесия:

$$\sum (F_i)_y = 0 \Leftrightarrow 3P - 4P + P = 0$$

4. Рассмотрим отдельно равновесие узла.



Активные силы: $2P$, N_{12}

Реакции опор: R_1 , R_2

Система уравнений равновесия для плоской системы сходящихся сил:

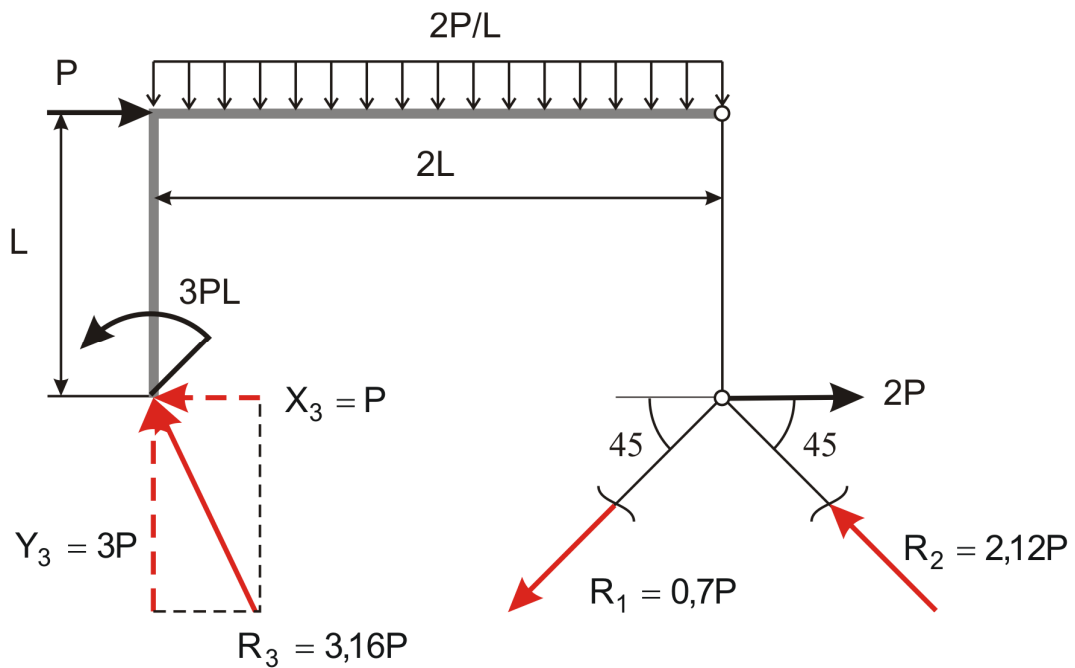
$$\begin{cases} \sum (F_i)_x = 0 \\ \sum (F_i)_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -R_2 - 2P \cos 45 + N_{12} \cos 45 = 0 \\ R_1 \cos 45 - R_2 \cos 45 - 2P = 0 \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, найдем реакций опор:

$$\begin{cases} R_2 = -2,12P \\ R_1 = 0,7P \end{cases}$$

Здесь знак «-» означает, что на самом деле сила R_2 направлена в противоположную сторону.

Ответ:



5. План сил.

Изобразим в одном масштабе векторную сумму всех внешних сил (активных и реакций опор), приложенных к заданной конструкции в целом. Согласно теореме равновесия эта сумма, представляющая собой главный вектор всех приложенных к телу внешних сил, должна быть равна нулю для любой системы сил:

$$\bar{R} = \bar{0} \Leftrightarrow \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{q}L_2 + \bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \underbrace{(\bar{X}_3 + \bar{Y}_3)}_{\bar{R}_3} = \bar{0}$$

