ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. СТАТИКА

Статика – это раздел теоретической механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил

Равновесие – это неизменность положения материального тела относительно инерциальной системы отсчета, то есть системы отсчета, в которой справедливы законы (аксиомы) Ньютона

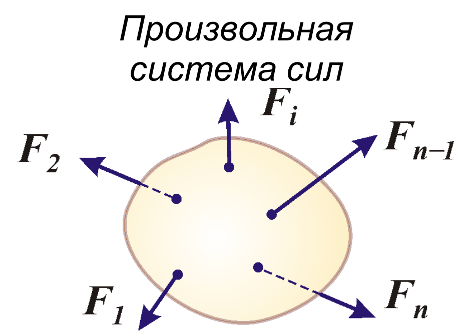
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТАТИКИ

Сила – это векторная величина, являющаяся количественной мерой взаимодействия материальных тел; сила характеризуется *величиной*, *направлением* и *точкой приложения*

Размерность силы: $[P] = \text{Н} \approx 10\,\text{кг}$

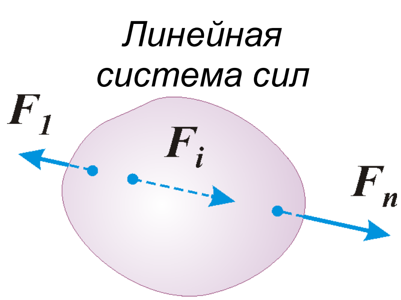
Линия действия силы – линия, вдоль которой действует сила

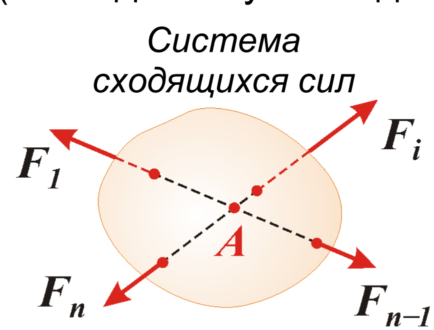
Система сил $\{F_i\}$ $(i = 1..n)$ – это совокупность сил, действующих на какое-либо твердое тело

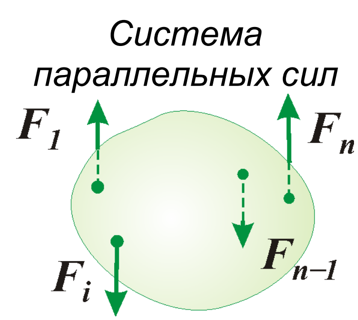


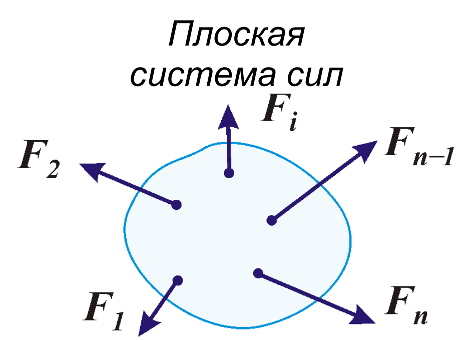
Основные виды систем сил:

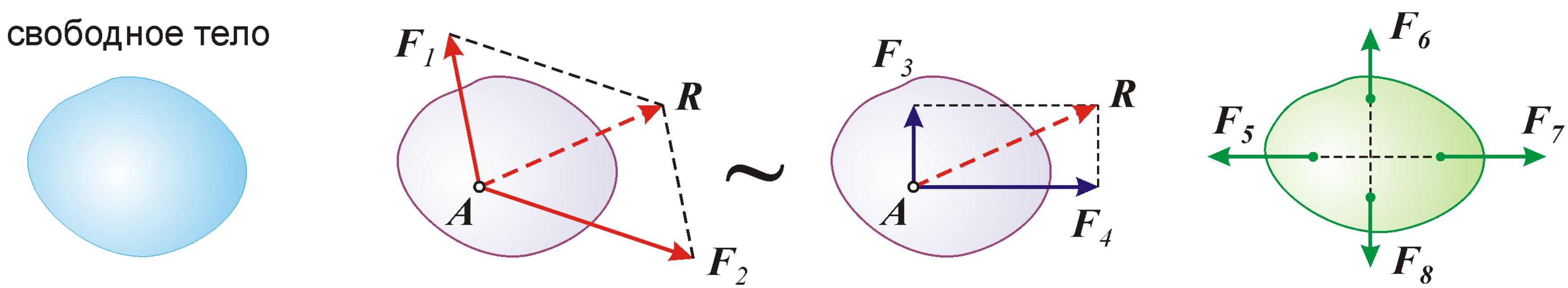
- Линейная система сил (силы действуют вдоль одной линии)
- Система сходящихся сил (линии действия сил пересекаются в одной точке)
- Система параллельных сил (линии действия сил параллельны)
- Плоская система сил (силы действуют в одной плоскости)











Свободное тело – тело, не скрепленное с другими телами, которому из данного положения можно сообщить любое перемещение в пространстве

Две системы сил, действующих на свободное твердое тело, называют **эквивалентными**, если одну из них можно заменить другой, не изменяя при этом ее состояние покоя или движения, в котором находится тело:

$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2\} \sim \{\overline{F}_3, \overline{F}_4\}$$

Если система сил эквивалентна одной силе, то эту силу называют **равнодействующей** данной системы сил:

$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2\} \sim \overline{R} \quad \text{и} \quad \{\overline{F}_3, \overline{F}_4\} \sim \overline{R}$$

Силу, равную равнодействующей силе по модулю и противоположную по направлению, называют **уравновешивающей**

Система сил, под действием которой свободное твердое тело может находиться в покое, называется **уравновешенной** или эквивалентной нулю:

$$\{\overline{F}_5, \overline{F}_6, \overline{F}_7, \overline{F}_8\} \sim 0, \text{ если } \overline{F}_7 = -\overline{F}_5, \text{ а } \overline{F}_8 = -\overline{F}_6$$

Внешними называют силы, действующие на частицы данного тела со стороны других тел, а **внутренними** называют силы, с которыми частицы данного тела действуют друг на друга

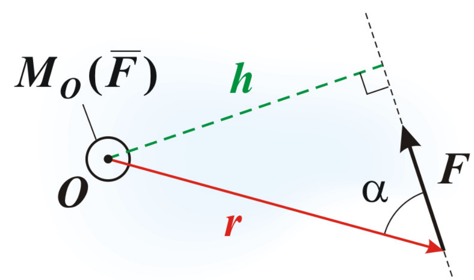
Внешние силы делят на **активные** (заданные) и **реакции связей**

Связью называют все то, что ограничивает перемещения заданного тела в пространстве

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ СТАТИКИ:

1) сложение сил и приведение систем сил к простейшему виду
2) определение условий равновесия, действующих на твердое тело систем сил

МОМЕНТ СИЛЫ



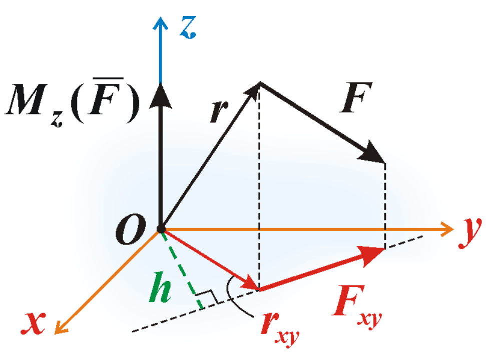
Момент силы относительно центра – это векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора *точки приложения силы* на саму силу:

$$\boxed{\overline{M}_O(\overline{F}) \equiv \overline{r} \times \overline{F}}$$

Алгебраическое значение момента силы равно произведению модуля силы на плечо h:

$$M_O(\overline{F}) \equiv F \cdot r \cdot \sin\alpha \;\Rightarrow\; \boxed{M_O(\overline{F}) = Fh}$$

Размерность момента [Н·м]



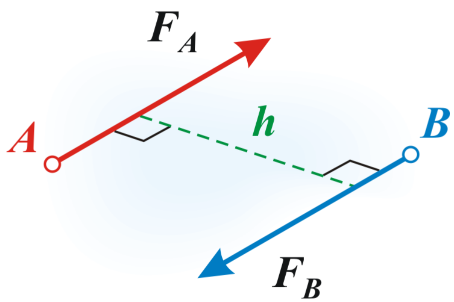
Плечом силы называется кратчайшее расстояние от центра, относительно которого необходимо вычислить момент, до *линии действия силы*

Моментом силы относительно оси является момент от составляющей этой силы вдоль плоскости, ортогональной этой оси, относительно центра – точки пересечения этой плоскости и заданной оси:

$$\boxed{\overline{M}_z(\overline{F}) \equiv \overline{r}_{xy} \times \overline{F}_{xy}} \qquad \boxed{M_z(\overline{F}) = F_{xy}h}$$

Правило знаков: момент силы положителен, если сила стремится повернуть тело вокруг центра или оси (если смотреть с ее положительного направления) *против часовой стрелки*
Если сила стремится повернуть тело *по часовой стрелке*, то ее момент отрицателен

ПАРА СИЛ И ЕЕ СВОЙСТВА



Пара сил – это система двух сил, равных по величине, противоположных по направлению и не лежащих на одной прямой:

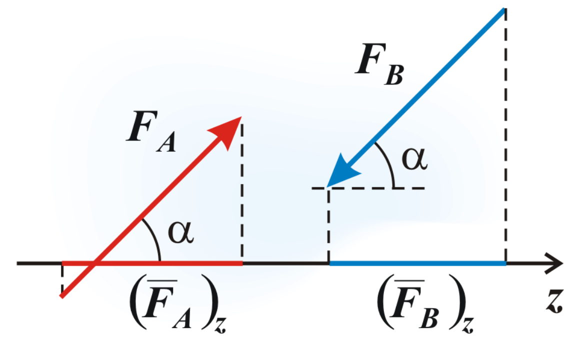
$$\boxed{\overline{F}_A = -\overline{F}_B}$$

Кратчайшее расстояние между линиями действия этих сил называется **плечом пары** сил

Свойства пары сил:

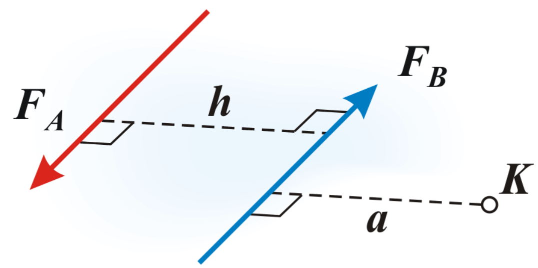
1. Проекция сил, образующих пару, на любую ось равна нулю:

$$\left(\overline{F}_A\right)_z + \left(\overline{F}_B\right)_z = F_A \cos\alpha - F_B \cos\alpha = 0$$



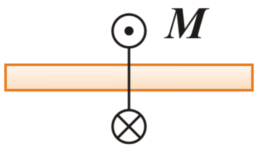
2. Момент пары сил относительно любого центра является величиной постоянной, равной произведению одной из сил, образующих пару, на плечо пары:

$$M = M_K\left(\overline{F}_A\right) + M_K\left(\overline{F}_B\right) = F_A(h+a) - F_B a$$
$$F_A = F_B \;\Rightarrow\; M = F_A h$$

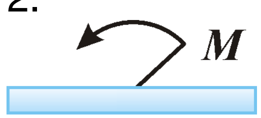


Пару сил и ее момент обозначают следующим образом:

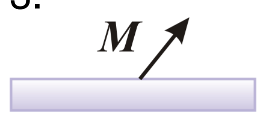
1.



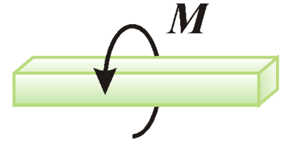
2.



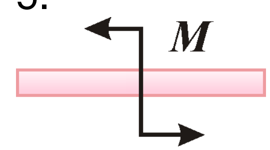
3.



4.



5.

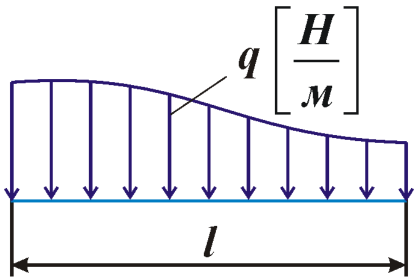


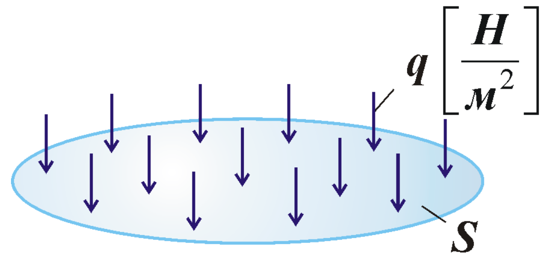
Размерность момента пары сил [Н·м]

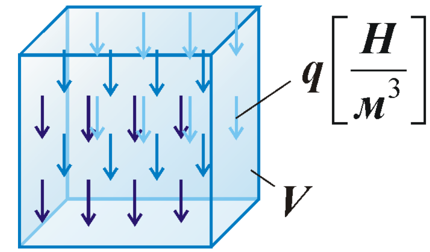
РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СИЛЫ

Сила, приложенная к одной точке тела, называется **сосредоточенной**, а силы, действующие на все точки данного объекта (линии, поверхности или объема), называют **распределенными**

распределение по линии	*распределение по поверхности*	*распределение по объему*



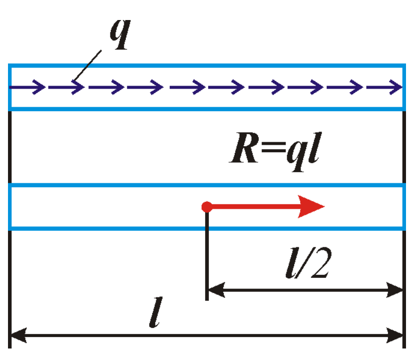


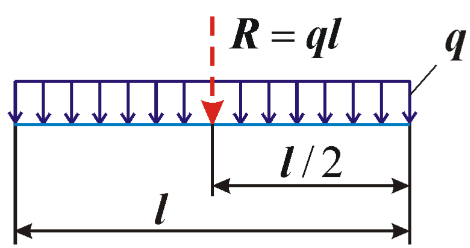


Интенсивность распределения нагрузки q – элементарная сила, приходящаяся на элемент длины, площади или объема

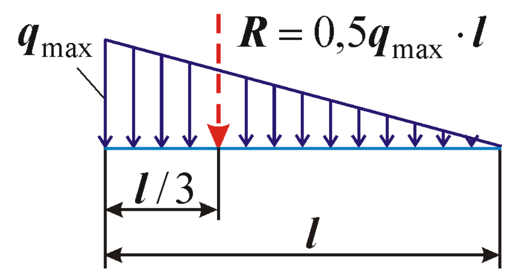
РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИЛА СИСТЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО ЛИНИИ

1. Равномерно распределенная нагрузка



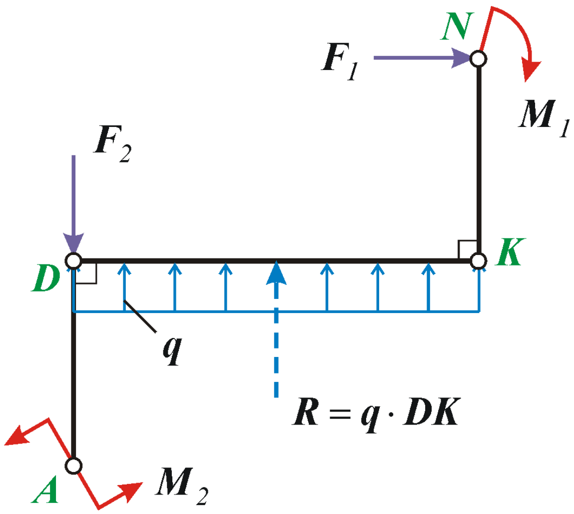


2. Треугольно распределенная нагрузка



Момент от распределенной нагрузки равен моменту от ее равнодействующей силы R

Пример 1. Записать суммы моментов заданных сил относительно центров A, D, K и N



Равнодействующая распределенной нагрузки: $R = q \cdot DK$

Суммы моментов:

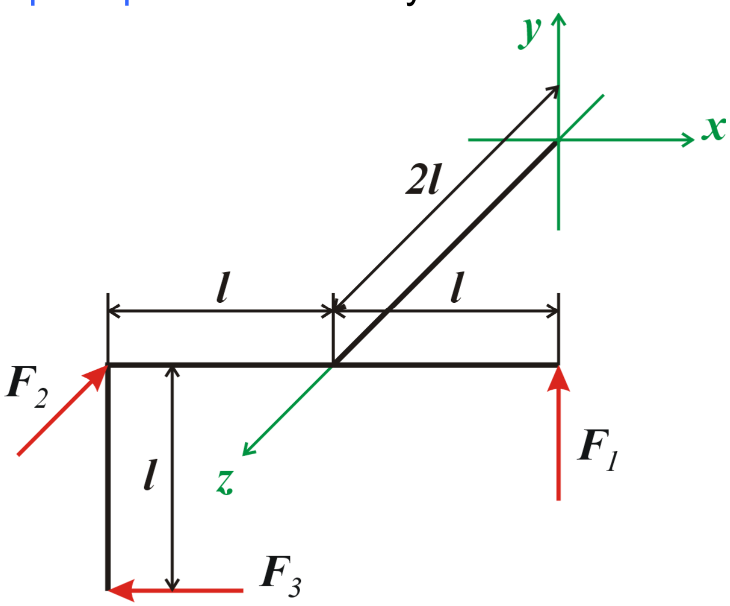
$$\sum M_A = -F_1 \cdot (AD + KN) + F_2 \cdot 0 + 0{,}5q \cdot DK^2 - M_1 + M_2$$

$$\sum M_D = -F_1 \cdot KN + F_2 \cdot 0 + 0{,}5q \cdot DK^2 - M_1 + M_2$$

$$\sum M_K = -F_1 \cdot KN + F_2 \cdot DK - 0{,}5q \cdot DK^2 - M_1 + M_2$$

$$\sum M_N = F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot DK - 0{,}5q \cdot DK^2 - M_1 + M_2$$

Пример 2. Записать суммы моментов заданных сил относительно осей x, y и z



Суммы моментов:

$$\sum M_x = -F_1 \cdot 2l + F_2 \cdot 0 + F_3 \cdot 0 = -2F_1 l$$

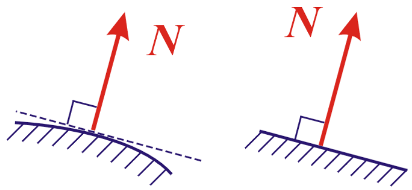
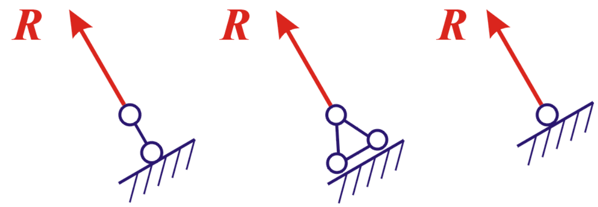
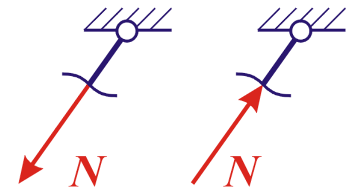
$$\sum M_y = -F_1 \cdot 0 - F_2 \cdot l - F_3 \cdot 2l = -F_2 l - 2F_3 l$$

$$\sum M_z = F_1 \cdot l - F_2 \cdot 0 - F_3 \cdot l = F_1 l - F_3 l$$

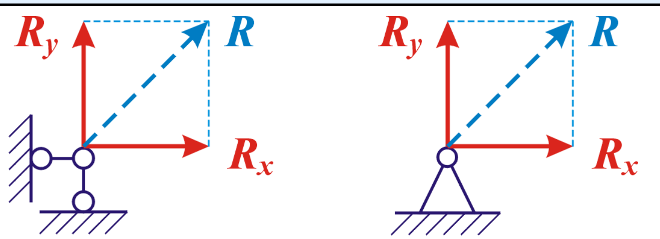
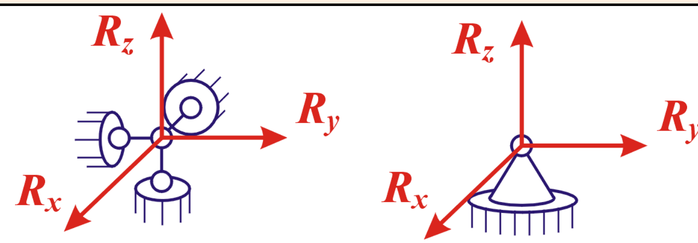
СВЯЗИ И ИХ РЕАКЦИИ

Связью является объект, препятствующий движению материальной точки

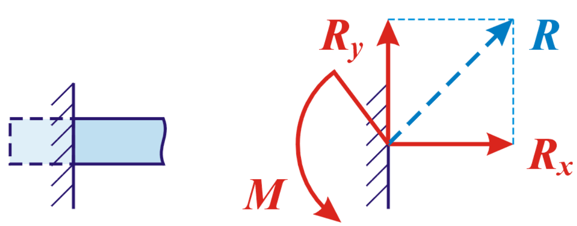
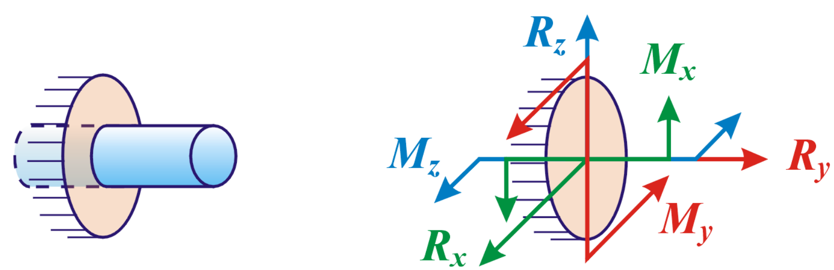
1. Связи I рода запрещают перемещение материальной точки по одному направлению

гладкая поверхность	*шарнирно-подвижная опора*	*Стержень (нить или трос)*
		

2. Связи II рода запрещают все линейные перемещения материальной точки

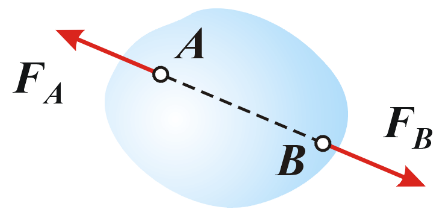
плоская шарнирно-неподвижная опора	*пространственная шарнирно-неподвижная опора*
	

2. Связи III рода запрещают и линейные и угловые перемещения материальной точки

плоская заделка (защемление)	*пространственная заделка (защемление)*
	

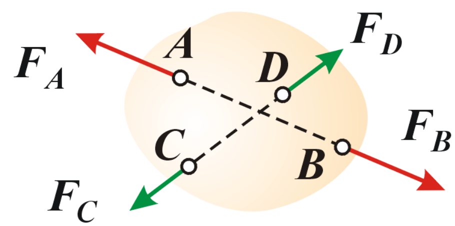
АКСИОМЫ СТАТИКИ

1. Тело находится в равновесии под действием двух сил только тогда, когда эти силы равны по величине, противоположны по направлению и лежат на одной прямой



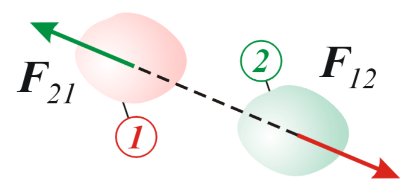
$$\overline{F}_A = -\overline{F}_B \Rightarrow \{\overline{F}_A, \overline{F}_B\} \sim 0$$

2. Равновесие тела не нарушится, если к нему добавить или отнять *уравновешенную систему сил*, то есть такую систему сил, под действием которой тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения



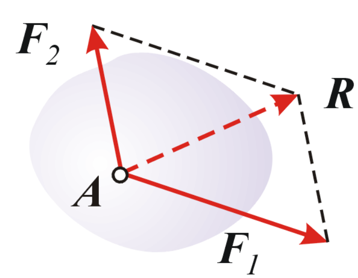
$$\{\overline{F}_A, \overline{F}_B\} \sim 0; \{\overline{F}_C, \overline{F}_D\} \sim 0 \Rightarrow \{\overline{F}_A, \overline{F}_B, \overline{F}_C, \overline{F}_D\} \sim 0$$

3. При всяком действии материального тела на другое имеет место такое же по величине, но противоположное по направлению противодействие



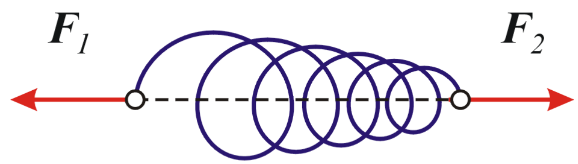
$$\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21}$$

4. Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке, которая представляет собой диагональ параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах



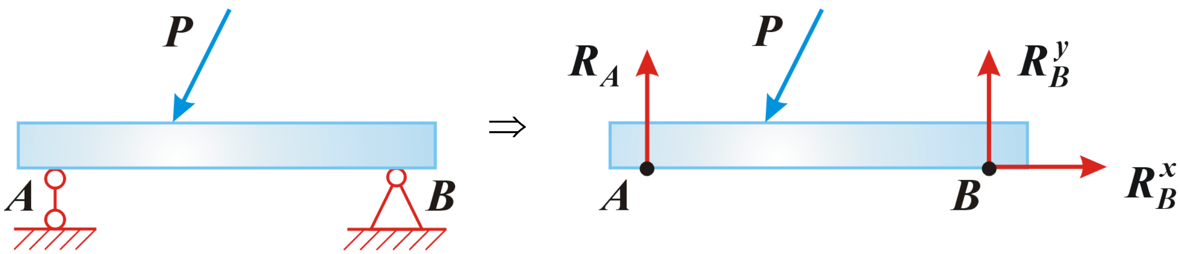
$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2\} \sim \overline{R}$$

5. Равновесие не нарушится, если заменить деформируемое (геометрически изменяемое) тело, абсолютно твердым телом такой же формы



Пружина находится в равновесии вне зависимости от того, является она абсолютно твердым телом или деформируемым

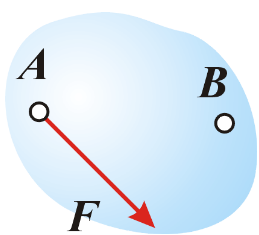
6. Аксиома освобождаемости от связей (основной принцип механики)



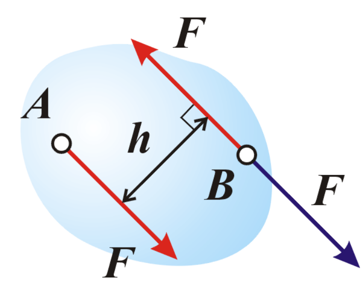
Равновесие тела не нарушится, если заменить наложенные на него связи их реакциями

ТЕОРЕМА О ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПЕРЕНОСЕ СИЛЫ

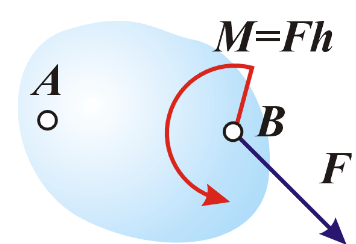
Силу, приложенную к телу, можно, не изменяя оказываемого действия, переносить параллельно ей самой в любую точку тела, прибавляя при этом пару сил с моментом, равным моменту переносимой силы относительно точки, в которую переносится сила



Равновесие не нарушится, если в точку $\boldsymbol{B}$ добавить уравновешенную систему сил – две противонаправленные силы, равные по величине заданной силе $\boldsymbol{F}$ ⇒



⇒



ТЕОРЕМА О ПРИВЕДЕНИИ СИСТЕМЫ СИЛ К ЦЕНТРУ

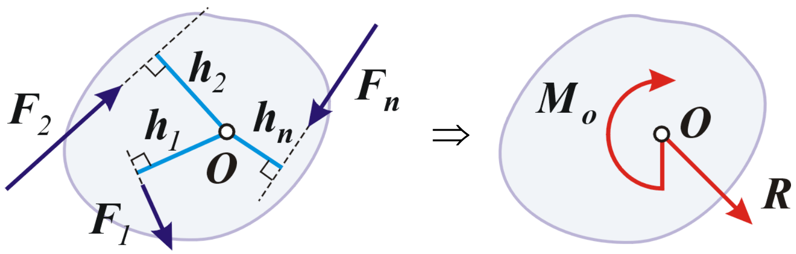
Любую систему сил, действующих на твердое тело, при приведении к произвольно выбранному центру можно заменить одной силой и одной парой сил

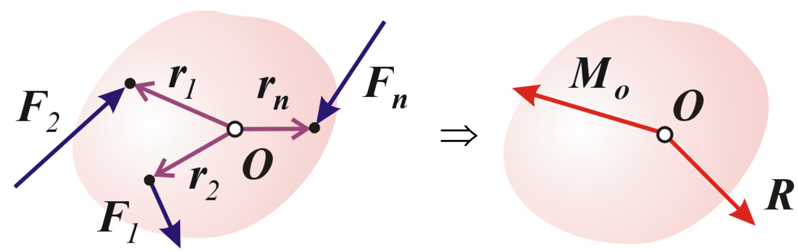
$$\boxed{\{\overline{F}_1, \overline{F}_2 \ldots \overline{F}_n\} \sim \{\overline{R}\ , \overline{M}_o\}}$$

сила $\overline{R}$ представляет собой <u>главный вектор</u> системы заданных сил

пара сил $\overline{M}_o$ – <u>главный момент</u> системы заданных сил относительно выбранного центра O

Плоская система сил	Произвольная система сил
$\boxed{\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i}$ $\quad \overline{M}_o = \sum_{i=1}^{n} \overline{r}_i \times \overline{F}_i \quad$ $\boxed{M_o = \sum_{i=1}^{n} \pm F_i \cdot h_i}$	$\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i \quad \overline{M}_o = \sum_{i=1}^{n} \overline{r}_i \times \overline{F}_i$





ТЕОРЕМА РАВНОВЕСИЯ

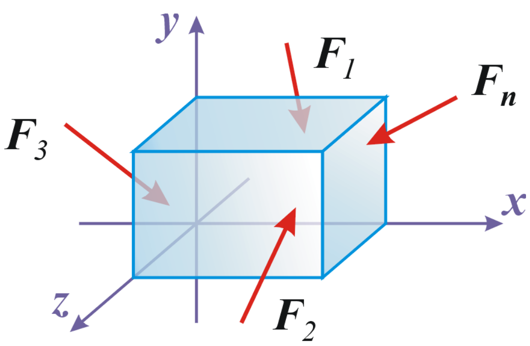
Для равновесия тела необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент системы действующих на него сил были равны нулю относительно любого центра

$$\boxed{\{\overline{F}_1, \overline{F}_2 \ldots \overline{F}_n\} \sim 0 \ \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{R} = \overline{0} \\ \overline{M}_o = \overline{0} \end{cases}}$$

Для произвольной пространственной системы сил можно записать не больше 6 <u>линейно независимых</u> скалярных уравнений равновесия, а для плоской системы – не больше 3

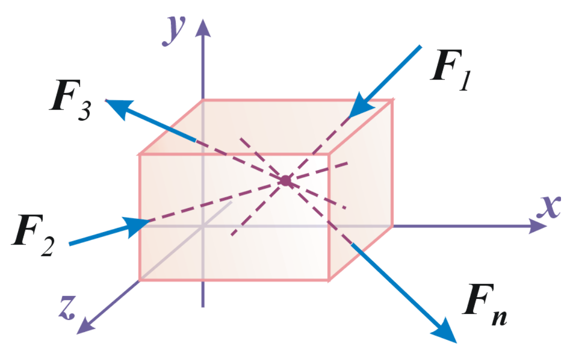
ФОРМЫ ЗАПИСИ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Произвольная система сил (общий случай)



$$\begin{cases} R_x = \Sigma(F_i)_x = 0 \\ R_y = \Sigma(F_i)_y = 0 \\ R_z = \Sigma(F_i)_z = 0 \\ M_x = \Sigma M_x(F_i) = 0 \\ M_y = \Sigma M_y(F_i) = 0 \\ M_z = \Sigma M_z(F_i) = 0 \end{cases}$$

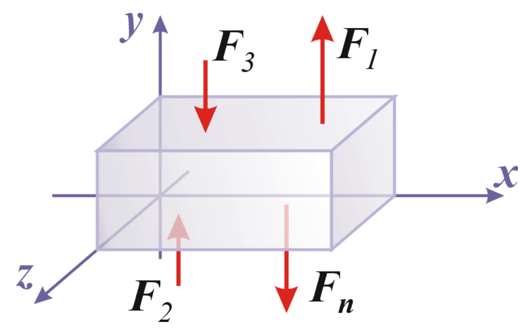
Частный случай №1 Система сходящихся сил



Если линии действия сил пересекаются (сходятся) в одной точке, то такая система сил называется *сходящейся*

$$\begin{cases} R_x = \sum(F_i)_x = 0 \\ R_y = \sum(F_i)_y = 0 \\ R_z = \sum(F_i)_z = 0 \end{cases}$$

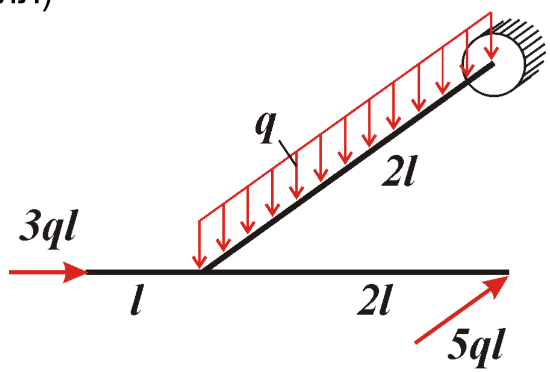
Частный случай №2 Система параллельных сил

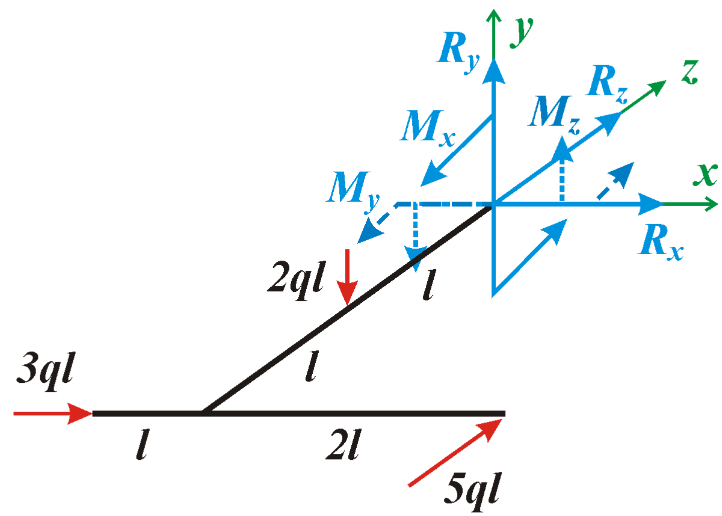


Если линии действия сил параллельны друг другу, то такая система сил называется *системой параллельных сил*

$$\begin{cases} R_y = \sum(F_i)_y = 0 \\ M_x = \sum M_x(F_i) = 0 \\ M_z = \sum M_z(F_i) = 0 \end{cases}$$

Пример 3. Определить реакции заделки изображенной на рисунке пространственной рамы (произвольная система сил)



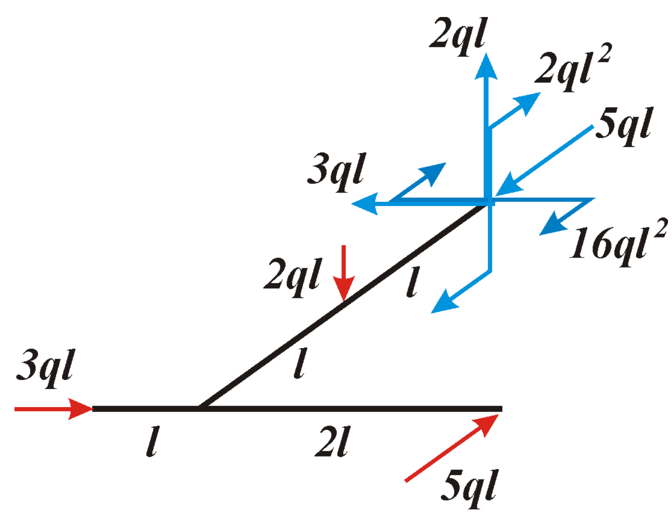


Записав уравнения равновесия заданной конструкции, найдем реакции заделки:

$$
\begin{cases}
\Sigma F_x = 0 \\
\Sigma F_y = 0 \\
\Sigma F_z = 0 \\
\Sigma M_x = 0 \\
\Sigma M_y = 0 \\
\Sigma M_z = 0
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
3ql + R_x = 0 \\
-2ql + R_y = 0 \\
5ql + R_z = 0 \\
2ql \cdot l + M_x = 0 \\
3ql \cdot 2l + 5ql \cdot 2l + M_y = 0 \\
M_z = 0
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
R_x = -3ql \\
R_y = 2ql \\
R_z = -5ql \\
M_x = -2ql^2 \\
M_y = -16ql^2 \\
M_z = 0
\end{cases}
$$

Знаки «минус» полученных результатов означают, что соответствующие силы и моменты следует направить в противоположную сторону (так, как показано на рисунке в ответе)

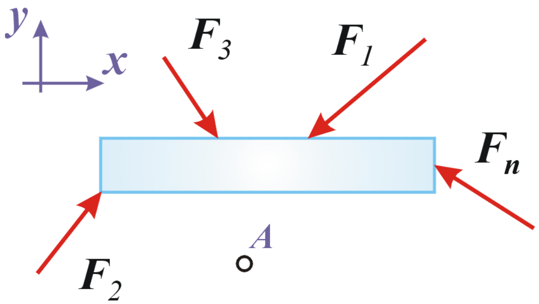
ОТВЕТ:



УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ (общий случай равновесия плоской системы)

1-я форма записи уравнений равновесия

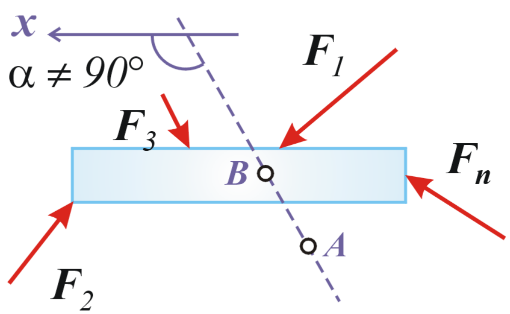


$$\begin{cases} R_x = \sum (F_i)_x = 0 \\ R_y = \sum (F_i)_y = 0 \\ M_A = \sum M_A(F_i) = 0 \end{cases}$$

Оси x и y не должны быть параллельны друг другу

Центр A – это любая точка пространства (вне зависимости от принадлежности телу)

2-я форма записи уравнений равновесия

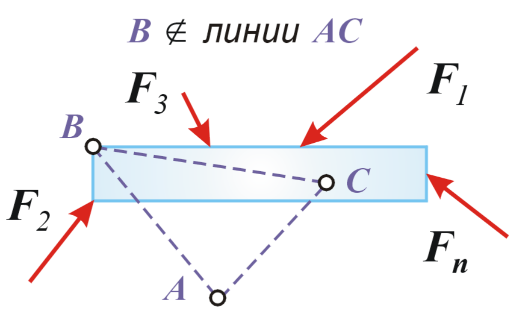


$$\begin{cases} M_A = \sum M_A(F_i) = 0 \\ M_B = \sum M_B(F_i) = 0 \\ R_x = \sum (F_i)_x = 0 \end{cases}$$

x – произвольная ось

Линия, соединяющая центры A и B, не должна быть ортогональна оси x

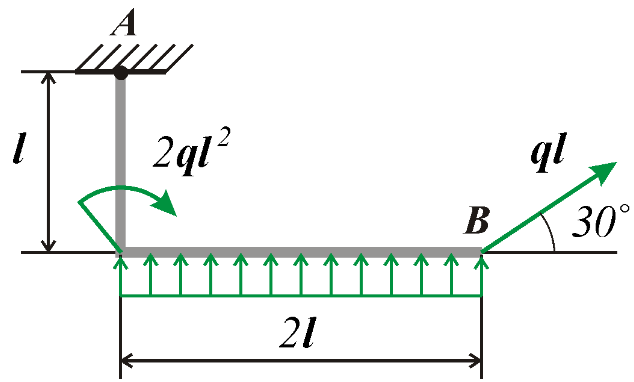
3-я форма записи уравнений равновесия



$$\begin{cases} M_A = \sum M_A(F_i) = 0 \\ M_B = \sum M_B(F_i) = 0 \\ M_C = \sum M_C(F_i) = 0 \end{cases}$$

Центры A, C и B, могут быть выбраны произвольно, при условии, что они не лежат на одной прямой

Пример 4. Определить реакции опор консольной рамы



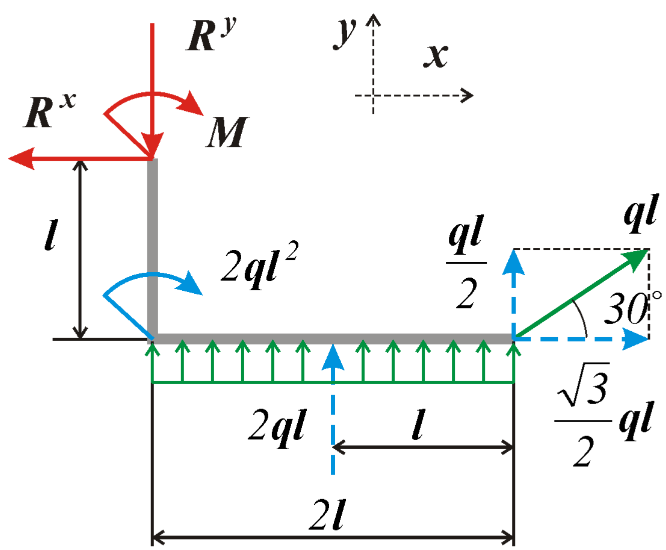
Система сил является плоской (общий случай плоской системы)

Уравнения равновесия:

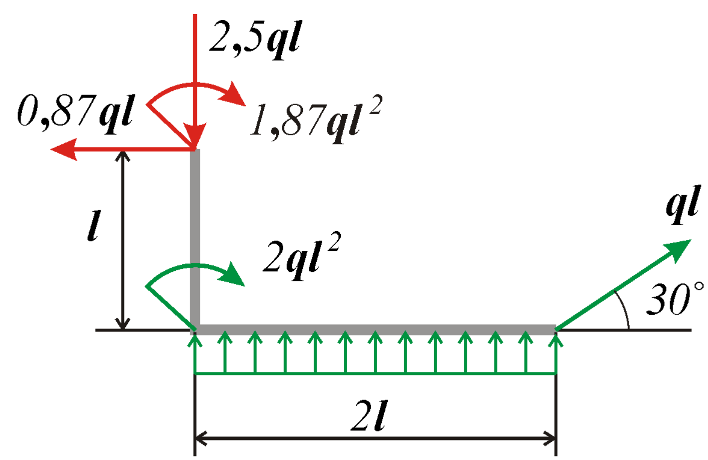
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -R^x + \dfrac{\sqrt{3}}{2} ql = 0 \\ -R^y + 2ql + 0{,}5ql = 0 \\ -M - 2ql^2 + 2ql^2 + ql^2 + \dfrac{\sqrt{3}ql^2}{2} = 0 \end{cases}$$

Решая эти уравнения, получим значения реакций: $R^x = 0{,}87ql$; $R^y = 2{,}5ql$; $M = 1{,}87ql^2$

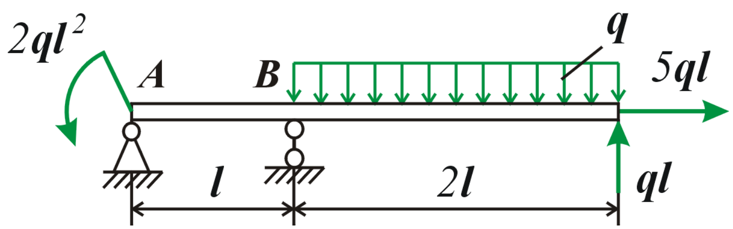
ПРОВЕРКА: $\sum M_B = R^x l + 2R^y l - M - 2ql^2 - 2ql^2 = (5 + 0{,}87 - 1{,}87 - 2 - 2)ql = 0$

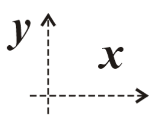


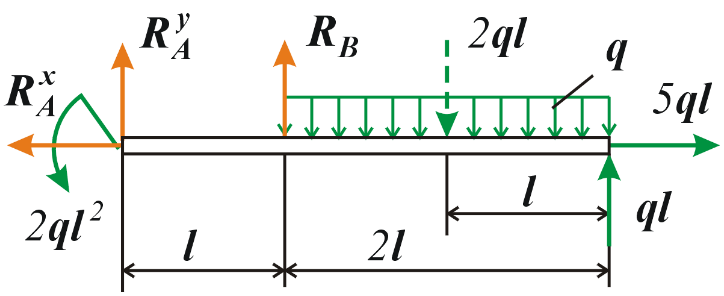
ОТВЕТ:



Пример 5. Определить реакции опор шарнирно-опертой балки







Система сил является плоской (общий случай плоской системы)

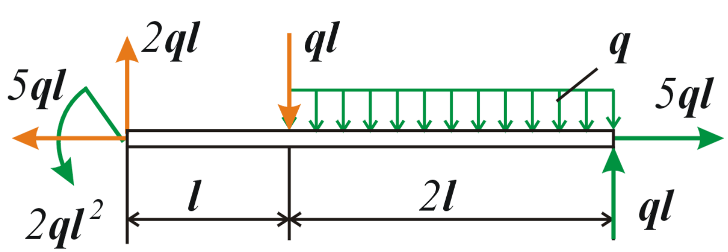
Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \\ \Sigma F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2ql^2 + R_B l - 4ql^2 + 3ql^2 = 0 \\ 2ql^2 - R_A^y l - 2ql^2 + 2ql^2 = 0 \\ R_A^x - 5ql = 0 \end{cases}$$

Решая эти уравнения, получим значения реакций:

$$R_B = -ql$$
$$R_A^y = 2ql$$
$$R_A^x = 5ql$$

ОТВЕТ:

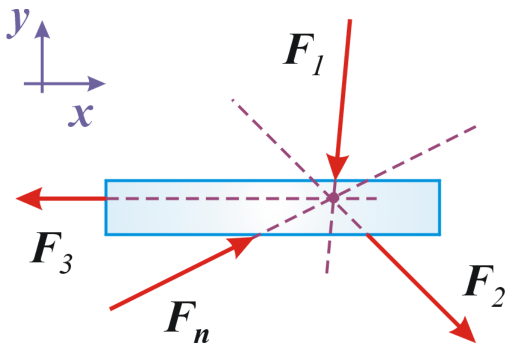


То, что величина R_B получилась отрицательной, означает, что на самом деле эта сила направлена в другую сторону

ПРОВЕРКА:

$$\Sigma F_y = R_A^y + R_B - 2ql + ql = 2ql - ql - 2ql + ql = 0$$

Частный случай плоской системы сил №1. **ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ**

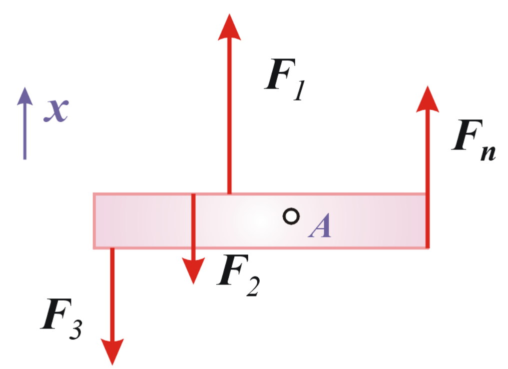


$$\begin{cases} R_x = \sum(F_i)_x = 0 \\ R_y = \sum(F_i)_y = 0 \end{cases}$$

Оси x и y – это произвольные оси при условии, что они не параллельны друг другу

В задачах эти оси удобно направлять ортогонально неизвестным силам, что позволяет свести систему линейных уравнений равновесия к двум линейно независимым уравнениям

Частный случай плоской системы сил №2. **ПЛОСКАЯ СИСТЕМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ**

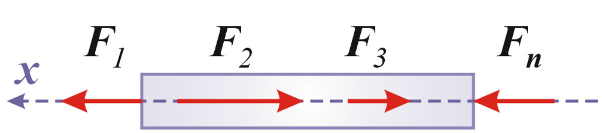


$$\begin{cases} R_x = \sum(F_i)_x = 0 \\ M_A = \sum M_A(F_i) = 0 \end{cases}$$

Ось x может быть выбрана произвольно, при условии, что она не ортогональна линиям действия сил

Центр A – это любая точка пространства (вне зависимости от принадлежности телу)

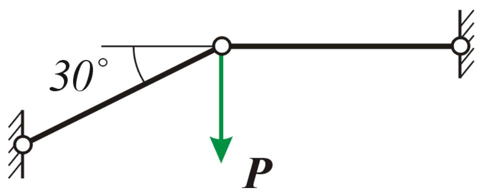
УРАВНЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ ВДОЛЬ ЛИНИИ



$$R_x = \sum(F_i)_x = 0$$

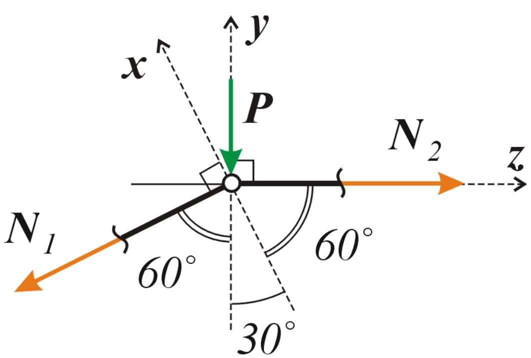
Ось x может быть выбрана произвольно при условии, что она не ортогональна линии действия сил

Пример 6. Определить реакции опор стержневой системы



Система сил является плоской сходящейся (линии действия всех сил пересекаются в одной точке)

Для удобства расчетов направим координатные оси x и y таким образом, чтобы они были ортогональны неизвестным N_1 и N_2



Уравнения равновесия:

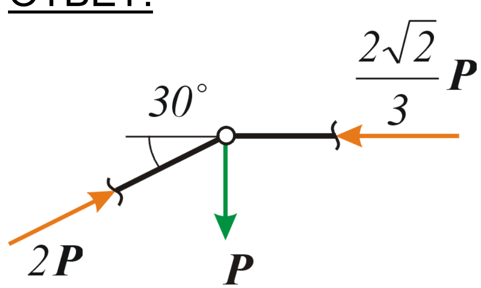
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -P \cdot \cos 30 - N_2 \cdot \cos 60 = 0 \\ -N_1 \cdot \cos 60 - P = 0 \end{cases}$$

Решая эти уравнения, получим значения неизвестных реакций:

$$N_2 = \frac{-P \cdot \cos 30}{\cos 60} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} P$$

$$N_1 = \frac{-P}{\cos 60} = -2P$$

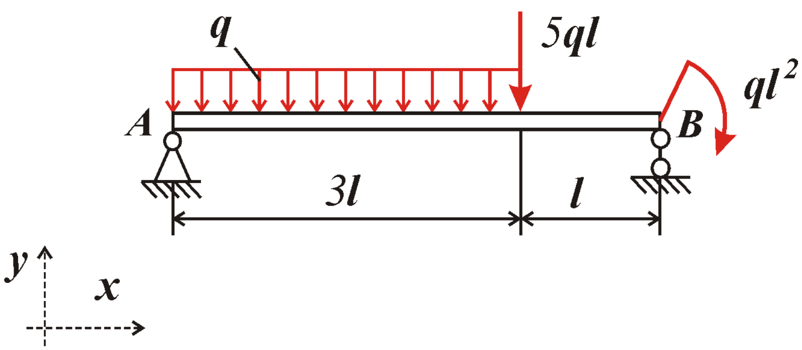
ОТВЕТ:

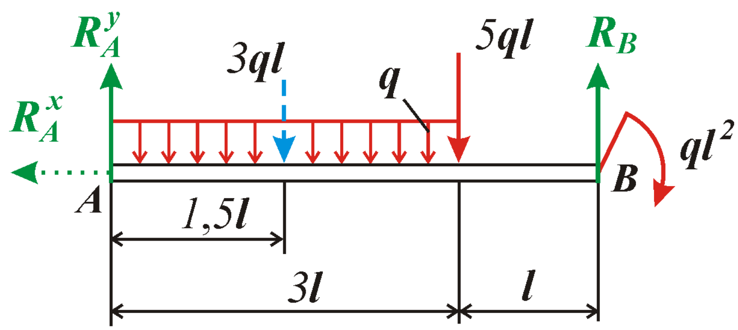


То, что величины N_1 и N_2 получились отрицательными, означает, что на самом деле эти силы направлены в другую сторону

ПРОВЕРКА: $\sum F_z = -N_1 \cdot \cos 30 + N_2 = 2P \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} P = 0$

Пример 7. Определить реакции опор шарнирно-опертой балки





Заметим, что все активные силы параллельны друг другу и вертикальной оси y, в горизонтальном направлении на балку никаких сил не действует. Следовательно, горизонтальная составляющая реакции в точке A будет равна нулю:

$$R_A^x = 0$$

Таким образом, данную систему сил можно рассматривать как плоскую систему параллельных сил

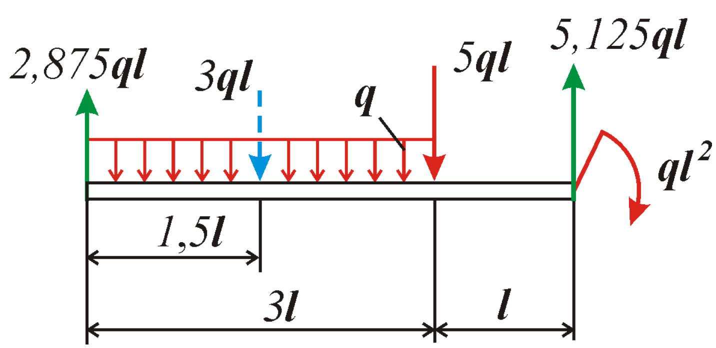
Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3ql \cdot 1{,}5l - 5ql \cdot 3l + R_B \cdot 4l - ql^2 = 0 \\ R_A^y - 3ql - 5ql + R_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_B = 5{,}125ql \\ R_A^y = 2{,}875ql \end{cases}$$

ОТВЕТ:



ПРОВЕРКА:

$$\Sigma M_B = -2{,}875ql \cdot 4l + 3ql \cdot 2{,}5l + 5ql \cdot l - ql^2 = 0$$

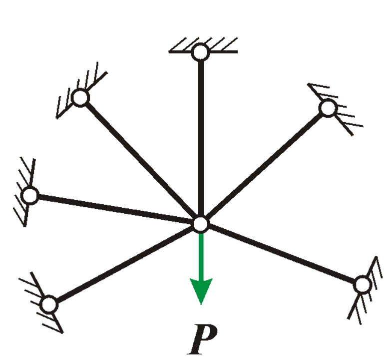
СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

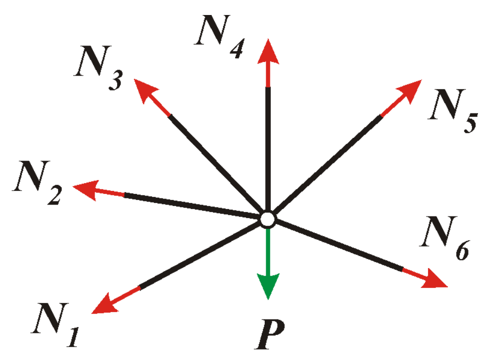
Статически неопределимой называют механическую систему, у которой число m неизвестных реакций связей больше, чем число k независимых уравнений равновесия, которые можно для нее записать: $m > k$; у **статически определимой конструкции** $m = k$

Степенью статической неопределимости называют разность: $n = m - k$

Реакции статически-неопределимой конструкции невозможно определить только из уравнений равновесия

ПРИМЕРЫ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ





1. Число неизвестных реакций связей:

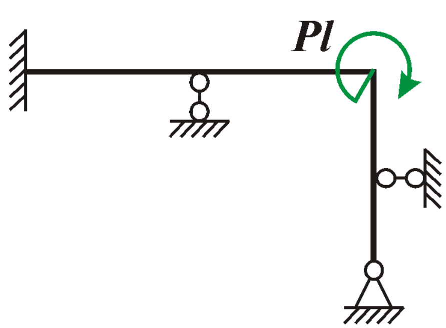
$$m = 6$$

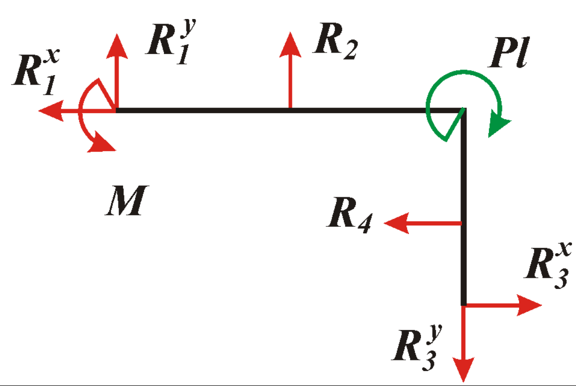
Число независимых уравнений равновесия (плоская система сходящихся сил):

$$k = 2$$

Степень статической неопределимости:

$$n = m - k = 6 - 2 = 4$$





2. Число неизвестных реакций связей:

$$m = 7$$

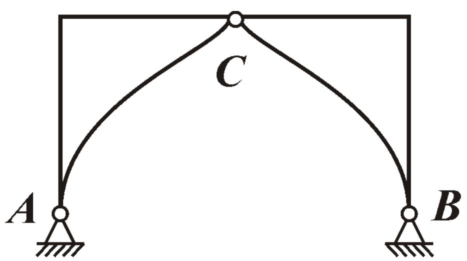
Число независимых уравнений равновесия (плоская система сил):

$$k = 3$$

Степень статической неопределимости:

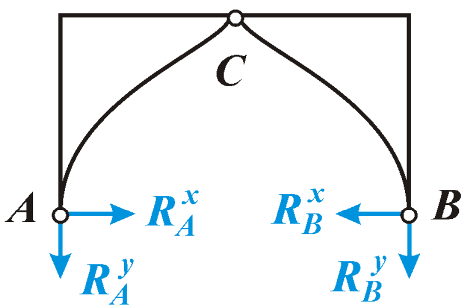
$$n = m - k = 7 - 3 = 4$$

РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМ ТЕЛ. МЕТОД РОЗУ



Связи, соединяющие части одной конструкции называют **внутренними связями**, а связи, скрепляющие заданную конструкцию с телами, в нее не входящими, называют **внешними**

Пусть дана механическая система твердых тел, соединенных между собой шарниром или тросом, например, шарнирно-опертая арка

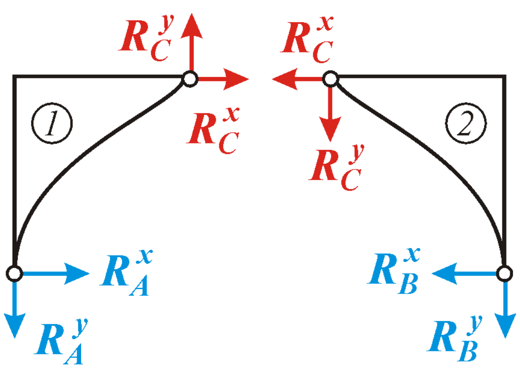


Реакции шарнирно-неподвижных опор:

$$R_A^x,\ R_A^y,\ R_B^x,\ R_B^y$$

Система сил плоская $\Rightarrow$ можно записать 3 линейно-независимых уравнения равновесия

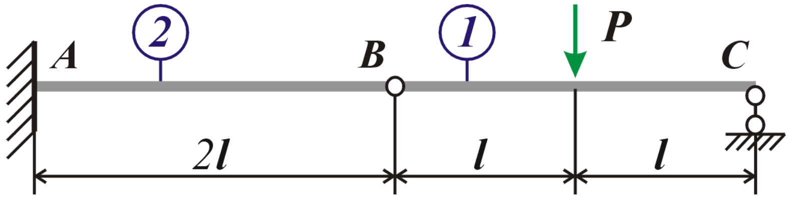
Степень статической неопределимости $n = 4 - 3 = 1 > 0$ $\Rightarrow$ система статически неопределима

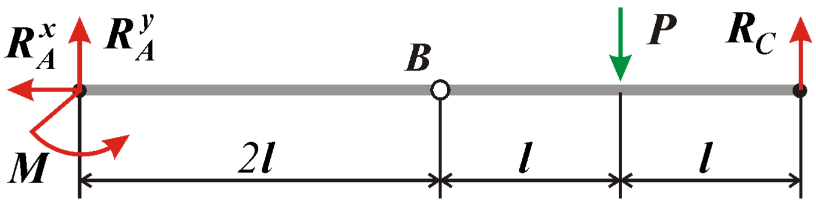


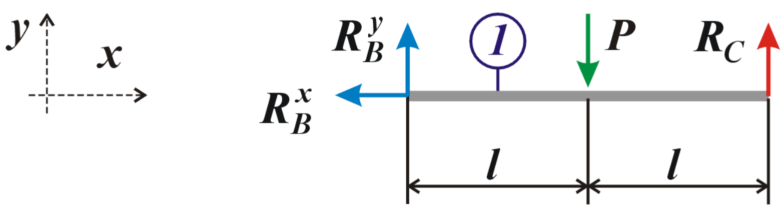
Задачу статики для такой конструкции решают **методом РОЗУ:**

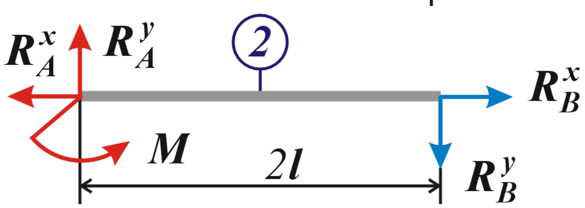
Р – разделяем конструкцию на отдельные тела
О – отбрасываем внешние связи
З – заменяем отброшенные внешние и внутренние связи их реакциями, причем реакции внутренних связей указываем с учетом аксиомы №3 (действие равно противодействию)
У – уравновешиваем (рассматриваем равновесие каждого тела конструкции в отдельности)

Пример 8. Определить реакции опор конструкции, состоящей из двух балок, соединенных шарниром в точке B

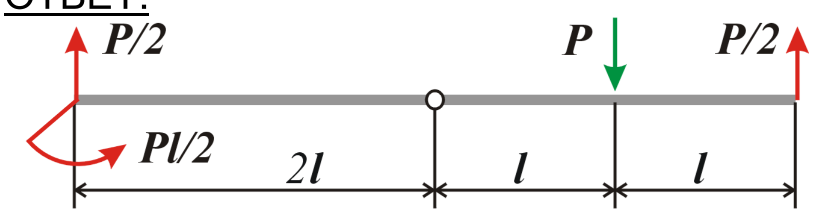








ОТВЕТ:



Реакции опор: $R_A^x,\ R_A^y,\ M,\ R_C$

Если рассмотреть равновесие всей конструкции в целом, то, записав для нее 3 линейно-независимых уравнения равновесия (дана плоская система сил), найти из них 4 неизвестных реакции не удастся. Поэтому используем метод РОЗУ: разделим конструкцию на отдельные тела, отбросив внешние связи, и заменим внешние и внутренние связи соответствующими реакциями

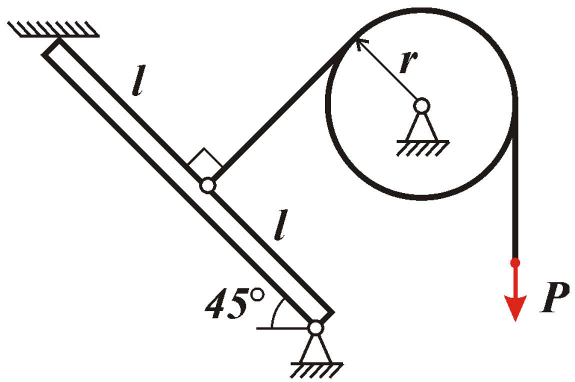
Условия равновесия тела №1

$$\begin{cases} \sum M_B(F_i)=0 \\ \sum (F_i)_x=0 \\ \sum (F_i)_y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -Pl+2R_C l=0 \\ -R_B^x=0 \\ R_B^y-P+R_C=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} R_C=P/2 \\ R_B^x=0 \\ R_B^y=P/2 \end{array}$$

Условия равновесия тела №2

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i)=0 \\ \sum (F_i)_x=0 \\ \sum (F_i)_y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M-Pl/2=0 \\ R_B^x-R_A^x=0 \\ R_A^y-P/2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} M=Pl/2 \\ R_A^x=0 \\ R_A^y=P/2 \end{array}$$

Пример 9. Определить реакции опор конструкции, состоящей из блока и жесткой балки, соединенных между собой при помощи нерастяжимого троса



Реакции опор: R_A^x, R_A^y, R_B, R_C^x, R_C^y

Если рассмотреть равновесие всей конструкции в целом, то, записав для нее 3 линейно-независимых уравнения равновесия (здесь, как и в предыдущем примере дана плоская система сил), найти из них 5 неизвестных реакции не удастся.

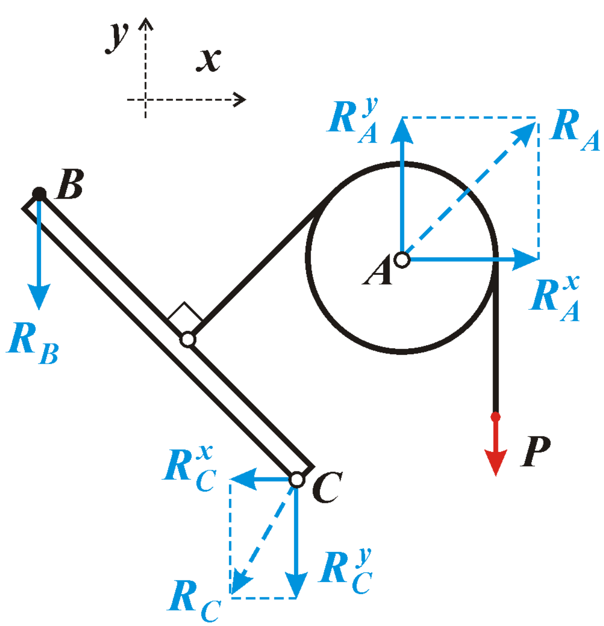
Используем метод РОЗУ:

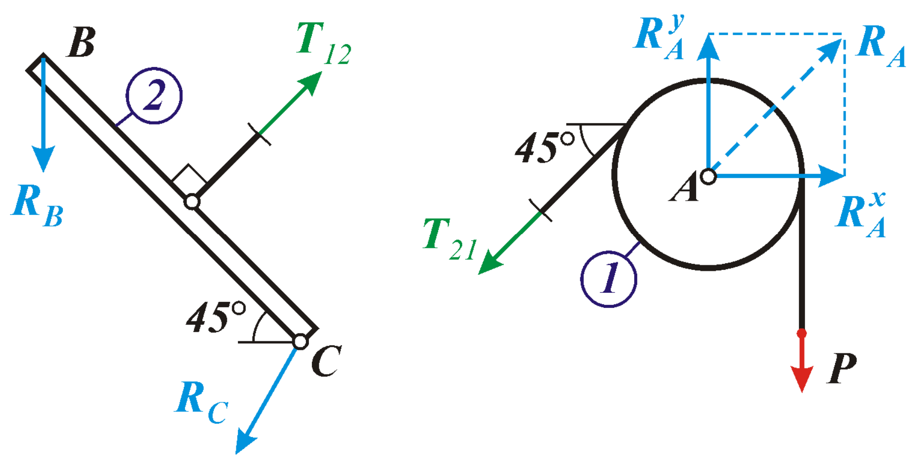
а) разделим конструкцию на отдельные тела

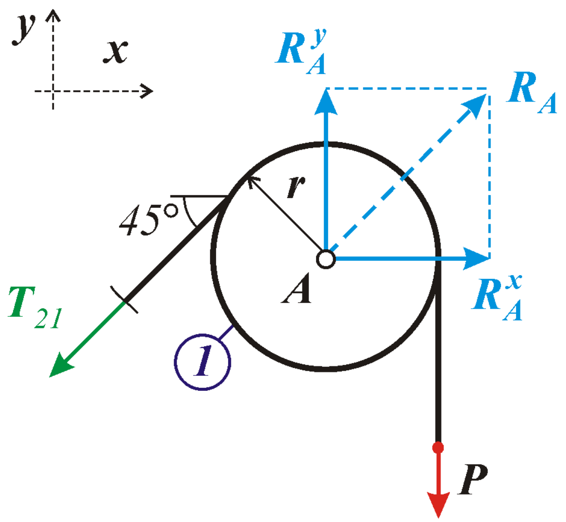
б) отбросим внешние связи

в) заменим внешние и внутренние связи соответствующими реакциями

г) рассмотрим равновесие каждой части отдельно







Рассмотрим равновесие тела №1 (плоская система сил):

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{21} \cdot r - P \cdot r = 0 \\ R_A^x - T_{21} \cos 45^\circ = 0 \\ R_A^y - T_{21} \sin 45^\circ - P = 0 \end{cases}$$

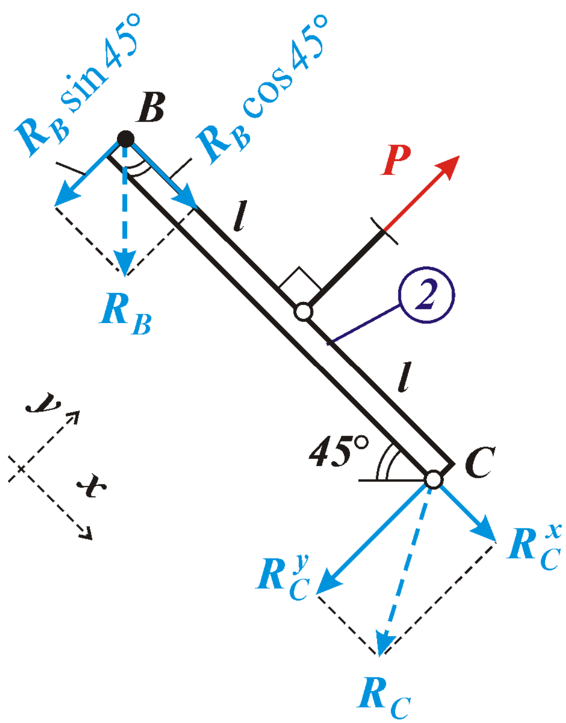
Решая эти уравнения, получим:

$$T_{21} = P$$

$$R_A^x = \frac{\sqrt{2}}{2} P = 0{,}707\,P, \quad R_A^y = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) P = 1{,}71 P$$

Суммарная реакция шарнирно-неподвижной опоры:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(0{,}707\,P)^2 + (1{,}71 P)^2} = 1{,}85\,P$$



Рассмотрим равновесие тела №2 (плоская система сил)

Для упрощения расчетов выберем оси так, чтобы одна из них была параллельна жесткой балке (ось x), а другая перпендикулярна (ось y)

$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_B \sin 45^\circ \cdot 2l - P \cdot l = 0 \\ -R_C^y \cdot 2l + P \cdot l = 0 \\ R_B \cos 45^\circ + R_C^x = 0 \end{cases}$$

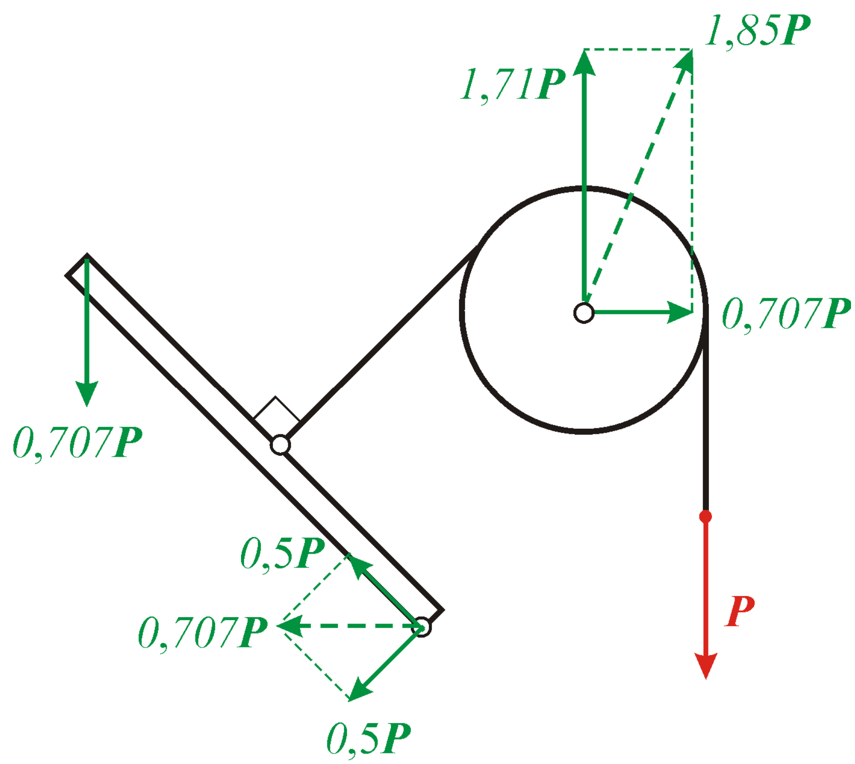
Решая эти уравнения, получим: $R_B = \dfrac{\sqrt{2}}{2}P = 0{,}707\,P$, $\quad R_C^y = \dfrac{P}{2}$, $\quad R_C^x = -\dfrac{P}{2}$

Проверка: $\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; -R_B \sin 45^\circ - R_C^y + P = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}P \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{P}{2} + P = 0$

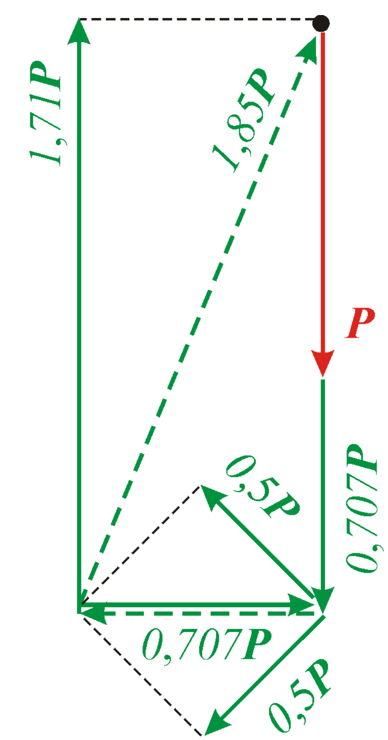
Суммарная реакция шарнирно-неподвижной опоры:

$$R_C = \sqrt{(R_C^x)^2 + (R_C^y)^2} = \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}P = 0{,}707\,P$$

<u>ОТВЕТ</u>:



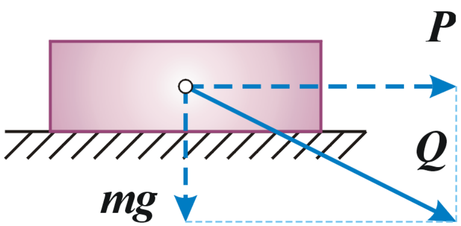
<u>ПЛАН СИЛ</u>: $\overline{P} + \overline{R}_B + \overline{R}_C + \overline{R}_A = 0$

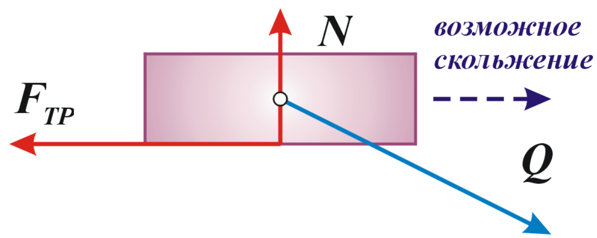


СВЯЗИ С ТРЕНИЕМ. СИЛА И МОМЕНТ ТРЕНИЯ

ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ. ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

При стремлении сдвинуть одно тело по поверхности другого возникает сила трения F_{TP}, которая направлена в сторону противоположную возможному скольжению тела





1. Величина силы трения может принимать любые значения в пределах от нуля до некоторой максимальной величины:

$$\boxed{0 \le F_{TP} \le F_{TP}^{\max}}$$

2. Максимальная сила трения пропорциональна нормальной реакции опоры:

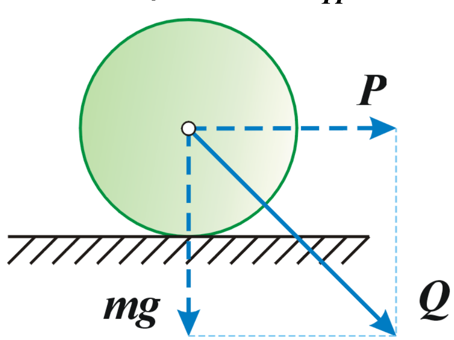
$$\boxed{F_{TP}^{\max} = f_0 \cdot N},$$

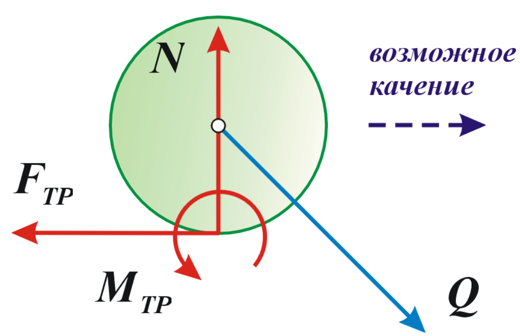
где f_0 – статический коэффициент трения скольжения (определяется экспериментально)

3. Величина максимальной силы трения в довольно широких пределах не зависит от размеров соприкасающихся при трении поверхностей

ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ

При стремлении покатить одно тело по поверхности другого возникает сила трения F_{TP}, а также момент трения M_{TP}, которые направлены в сторону противоположную возможному качению





$$\boxed{\begin{aligned} 0 \le F_{TP} \le F_{TP}^{\max} &= f_0 \cdot N \\ 0 \le M_{TP} \le M_{TP}^{\max} &= k \cdot N \end{aligned}}$$